均一球の充填に対する壁効果の影響に関するシミュレーション

名城大学　学生員○牧　岳志　学生員　大脇　忠雄
学生員　宮地　純朗　正会員　板橋　一雄

1．まえがき　筆者の一人は，乱さない洪積熱田砂の供試体の密度がその大きさの影響を受けることに気が付き，その供試体密度の誤差原因の一つとして，表面付近の乱れを考え，密度の差異が供試体の表面積と体積の比率で評価されることを提案している[1]．さらに，モデル実験によく用いられている積層体の密度が，詰める容器の大きさによって異なり，それが容器の表面積と体積の比率に関係することも示している[2]．そこで，このような粒状体の充填に対する容器の壁効果の程度を見ることを目的として，簡単な仮定の下での定式化とシミュレーションを実施したので，報告する．

2．密度に対する壁効果の整理方法に関する文献調査　粉体工学の分野では，粒状体の充填密度に対する壁効果に関して古くから研究が行われている．Eastwood ら[3]と McGeary [4]は，円筒容器の内径と粒子径との比によって粒状体の密度を整理している．一方，植松ら[5]と Scott [6]は，容器の体積と表面積の比によって粒状体の密度が変化することを指摘している．しかしながら，実験データの整理は行ってはいない．また，井上ら[7]は，砂の最大・最小密度試験において，間隙比とモールド形状との関係を実験的に示し，容器内径や高さによって最大粒径の制限値を提案するという興味ある実験結果を示している．

3．定式化と充填シミュレーション　定式化に当たっては，立方最疎配列（立方体充填）と六方最密配列（菱面体充填）を考えた．ある決められた断面を持つ容器に等しい大きさの粒子を一個ずつ充填し，その都度容器にふたをした場合を考え，そのときの容器の体積と表面積および間隙比を計算する．容器に粒子が一個充填されたとき，容器の体積は断面積に粒子径をかけたものになる．二個目の粒子が充填されても容器の体積は変わらず，粒子が隙間を埋め間隙比の減少が生じるだけである．粒子が一層目を満たすまで間隙比は減少する．また，二層目の粒子は，立方体充填の場合には粒子の直上に，菱面体充填の場合には最も安定する三つの粒子の間に乗るものと考えた．それぞれの充填で得られる間隙比の一般式は以下のようになった．なお，式(1)は立方体充填，式(2)は菱面体充填の場合である．

$$e(N,m)=\frac{6}{\pi}\cdot\frac{m\cdot n^2}{N}-1\ \cdots\cdots(1)\qquad e(N,m)=\frac{6}{\pi}\cdot\frac{n\left[\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}n+1\right\}\left\{1+(m-1)\sqrt{\frac{2}{3}}\right\}\right]}{N}-1\cdots\cdots(2)$$

ここに，N は全粒子数，m は層数，n は容器の一辺に並ぶ粒子数である．これらの式から，間隙比は容器の寸法（m,n）と全粒子数 N によって変化する値であることが分かる．また，壁効果の整理方法として筆者らが提案する，形状係数 R ＝（容器表面積 A ／容器体積 V）の一般式を以下に示す．

$$R_m=\frac{2}{d}\cdot\frac{n+2m}{m\cdot n}\cdots\cdots(3)\qquad R_m=\frac{2}{d}\cdot\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}n^2+\left[\left\{2+\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}+(m-1)\left\{\sqrt{\frac{2}{3}}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}\right]n+\left\{1+(m-1)\sqrt{\frac{2}{3}}\right\}}{n\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}n+1\right\}\left\{1+(m-1)\sqrt{\frac{2}{3}}\right\}}\cdots\cdots(4)$$

ここに，d は詰めた粒子の径である．なお，式(3)は立方体充填，式(4)は菱面体充填の場合である．これらの式より，形状係数は容器の寸法と粒子径によって変化する値であることが分かる．

4．充填シミュレーション結果と考察　一辺 4cm の容器に，直径 4mm の粒子を 1 万個まで菱面体充填したシミュレーション結果を以下に示す．図 -1 には間隙比～容器高さ，図 -2 には間隙比～形状係数との関係で整理してみた．図 -1 より，詰める粒子数の増加に伴い，容器高さは増加するが，それに伴い間隙比は単調に減少するのではなく，大きな増減を繰り返しながらある一定値に収束していく傾向が認められる．例えば，高さが 5cm でも間隙比の最大値と最小値の幅が 0.1 程度あることは興味深い．そこで，ここでは，ある

層まで完全に充填された場合の間隙比を最密間隙比と定義し，最密間隙比の状態に 1 個のみ粒子が加わった状態の間隙比を最疎間隙比と定義した．もちろん，これらの間隙比の値は，容器の大きさや粒子径によって異なった値となることは明らかである．

図 -1 では，最密間隙比，最疎間隙比ともに図上で曲線的な変化を示しているが，図 -2 に示した形状係数 R との関係では，最密間隙比がより直線的な関係を示し，この形状係数による整理方法に何らかの意味合いが感じられる．図中には，最密間隙比と形状係数 R との直線関係を仮定して，回帰式も示してある．この式に勾配が出てくることは，容器高さが大きくなると，間隙比が減少することに対応しており，間隙比に対する壁効果の一つを表している．また，形状係数 R=0 の時の間隙比は 0.453 となっている．形状係数は，容器表面積と体積の比であるから，この間隙比は，体積が無限大あるいは表面積が無限小の場合の間隙比と考えられる．すなわち表面の影響が無い場合の間隙比であるが，壁効果を考慮しない菱面体充填の間隙比が 0.3505 であることを考えると，この間隙比の相違も壁効果の一つを表すものと考えられる．

その他の条件の菱面体充填や立方体充填のシミュレーション結果を，図 -3,4 に示した．図 -3 は立方体充填，図 -4 は菱面体充填の結果である．立方体充填の場合でも，間隙比の増減は認められるが，菱面体充填の結果と最も異なる点は，最密間隙比が一定値 (0.910) を取り，壁効果を示さないことである．したがって，立方体充填の場合には，最疎間隙比の側にのみ壁効果が現れることとなる．また，その間隙比変化の幅は，粒子径が小さいほど小さくなっている．菱面体充填の場合でも，詰める粒子径が小さくなると，全体的に下側の関係を示す傾向になっている．

5．まとめ　①立方体充填ならびに菱面体充填の場合の密度に対する壁効果の定式化ができた．②シミュレーションの結果より，粒子数を増加させると，間隙比が周期的な増減を繰り返すことが分かった．③充填試験に関する整理方法は幾つかあるが，形状係数 R による整理方法は有効であることが確認できた．

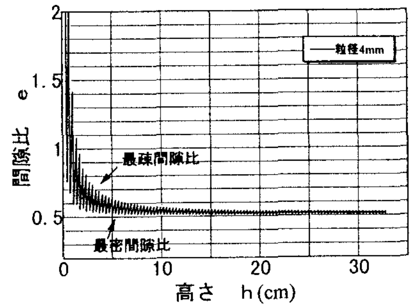

図-1　間隙比～容器高さ

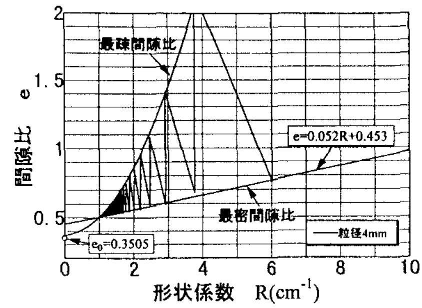

図-2　間隙比～形状係数

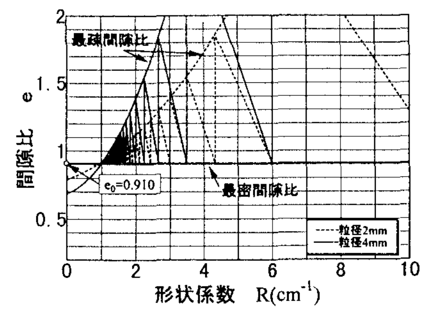

図-3　間隙比～形状係数（立方体充填）

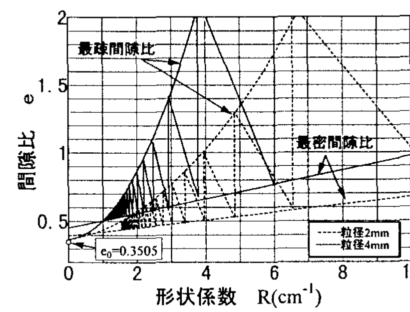

図-4　間隙比～形状係数（菱面体充填）

参考文献　1) 板橋一雄他:乱さない洪積熱田砂の力学的特性,土質工学論文報告集,Vol.20,No.3,pp.101-109,1980　2) 立石哲郎他:積層体の密度に対する容器形状の影響と補正式の提案,土木学会中部支部平成 6 年度研究発表会,pp.367-368,1994 3) Eastwood,J et al:Random loose porosity of packed beds,British Chemical Eng.,Vol.14,No.11,pp.1542-1545,1969 4) McGeary,R.K.:Mechanical Packing of spherical particles,J.American Ceramic Sciety,Vol.44,No.10,pp.513-522,1961 5) 植松時雄他:粒体の充填および摩擦,日本機会学会誌,17 巻 56 号,pp.72-77,1951 6) Scott,G.D.:Packing of spheres,Nature,Vol.188,pp.908-909,1961 7) 井上真理子他:砂の最大・最小密度試験における最大粒径制限とモールド形状の関係,第 32 回地盤工学研究発表会,pp.311-312,1997