非線形干渉項を考慮した長周期の入反射成分の分離

名古屋工業大学　学生員　○相川久紀
名古屋工業大学　学生員　　古川智将
名古屋工業大学　学生員　　前川浩一
名古屋工業大学　正会員　　喜岡 渉

1．はじめに

海岸付近の長周期波には，入射波群に拘束される２次長周期波と拘束されない自由長波とともに，砕波帯で拘束を解かれて沖へ向かう自由長波および海岸からの反射自由波が混在すると考えられるが，従来の入反射分離法(例えば，水口，1991)では岸沖方向の数点の観測データを用いても拘束波と自由波を区別した分離はできなかった．本研究では，自由波成分のほかに拘束波成分も考慮することができるポテンシャル分離法を検討するもので，単一波群を用いた実験波形に対して適用することにより，分離法の妥当性と計測された長周期波における自由長波の混在形態を調べるものである．

2．ポテンシャル表示式

入射波の進行方向にx軸をとり，入射成分，反射成分およびそれぞれの方向の拘束波成分と自由波成分を表すために速度ポテンシャルを式(1)に示す一般形に展開する．

$$\phi(x,z,t)=\sum_{n,m}^{N,M}\cosh k_n(h+z)\left[A_{mn}^{\pm}\cos(k_n x\mp\sigma_m t)+B_{mn}^{\pm}\sin(k_n x\mp\sigma_m t)\right] \tag{1}$$

ここに，n，mは正の整数，添え字＋は入射波，－は反射波を示し，データ長をT_1として$\sigma_1=2\pi/T_1$，$\sigma_m=m(2\pi/T_1)$で与えられる．未知数は次の$A_{mn}^{\pm}$　，$B_{mn}^{\pm}$，k_nであり，非対角成分を考えることにより非線形干渉項を考慮することができる．

$$A_{nm}^{\pm}=\begin{bmatrix}A_{11}^{\pm} & A_{12}^{\pm} & \cdots & A_{1M}^{\pm}\\ A_{21}^{\pm} & A_{22}^{\pm} & \cdots & A_{2M}^{\pm}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ A_{N1}^{\pm} & A_{N2}^{\pm} & \cdots & A_{NM}^{\pm}\end{bmatrix}\qquad B_{nm}^{\pm}=\begin{bmatrix}B_{11}^{\pm} & B_{12}^{\pm} & \cdots & B_{1M}^{\pm}\\ B_{21}^{\pm} & B_{22}^{\pm} & \cdots & B_{2M}^{\pm}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ B_{N1}^{\pm} & B_{N2}^{\pm} & \cdots & B_{NM}^{\pm}\end{bmatrix}\qquad k_n=\begin{bmatrix}k_1\\ k_2\\ \vdots\\ k_N\end{bmatrix}$$

ここでは，これら未知数を次の条件のもと誤差最小法を用いて求める．

3．分離手法

時間，空間に対してそれぞれi,j分割し，$t_i=(i-1)\Delta t, x_j=(j-1)\Delta x$とする．ただし，$\Delta t,\Delta x$はそれぞれ対象とする波の最も短周期成分の半周期，半波長以下とする．まず，力学的境界条件より計測時間波形η_iに対する次の誤差$(E_d)_i$を最小とする条件を課す．

$$(E_d)_i=\eta_i+\frac{1}{g}\frac{\partial\phi}{\partial t}+\frac{1}{2g}(u^2+w^2) \tag{2}$$

ここに，

$$u=\frac{\partial\phi}{\partial x}=\sum_{n,m}^{N,M}k_n\cosh k_n(h+\eta_i)\left[-A_{mn}^{\pm}\sin(k_n x\mp\sigma_m t)+B_{mn}^{\pm}\cos(k_n x\mp\sigma_m t)\right] \tag{3}$$

$$w=\frac{\partial\phi}{\partial z}=\sum_{n,m}^{N,M}k_n\sinh k_n(h+\eta_i)\left[A_{mn}^{\pm}\cos(k_n x\mp\sigma_m t)+B_{mn}^{\pm}\sin(k_n x\mp\sigma_m t)\right] \tag{4}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}=\sum_{n,m}^{N,M}\mp\sigma_m\cosh k_n(h+\eta_i)\left[-A_{mn}^{\pm}\sin(k_n x\mp\sigma_m t)+B_{mn}^{\pm}\cos(k_n x\mp\sigma_m t)\right] \tag{5}$$

通常，時間に対するη_iは容易に計測されるが，時空間にわたるη_{ij}の計測は困難であるため，次式のように力学的境界条件より直接算定する．力学的境界条件から直接算定することにより，j方向の力学的境界条件の誤差は０となる．

$$\eta_{ij} = -\frac{1}{g}\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2g}\left(u^2 + w^2\right) \tag{6}$$

次に，上式より求めたη_{ij}を用いて，運動学的境界条件における誤差$(E_k)_{ij}$が最小となる条件を課す．

$$\left(E_k\right)_{ij} = \frac{\partial \eta_{ij}}{\partial t} + u\frac{\partial \eta_{ij}}{\partial x} - w \tag{7}$$

さらに，入反射の分離精度を向上させるために，底面流速u_bまたはx方向にΔlだけ離れた地点での時間波形η_i'のいずれかが与えられているものとして，次の条件のいずれかを課すものとする．

$$(E_u)_i = (u_b)_i - \left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_{z=-h} \tag{8}$$

$$\left(E_d'\right)_i = \eta_i' + \frac{1}{g}\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2g}\left(u^2 + w^2\right) \qquad \text{at} \quad x + \Delta l \tag{9}$$

ここでは，u_bが計測されているものとして，以上の最小２乗誤差

$$Q = \sum_{i,j}\left[\left(E_d\right)_i^2 + \left(E_k\right)_{ij}^2 + \left(E_u\right)_i^2\right] \tag{10}$$

を最小とする解，$A_{mn}^{\pm}$ ，$B_{mn}^{\pm}$，k_nを求める．未知数は，$4(N \times M) + N$個ゆえ式(10)の総数がそれ以上になるようにi, jを決めておく必要がある．非対角成分も考慮することから未知数は一般に多く，N =50，M=50としても4(50×50)+50=10,050 個以上の非線形方程式を解く必要がある．このとき時間i，空間jに対してそれぞれ 200 分割，50 分割すると，式(10)は総数 10,400 個となり，原理的には最小２乗法により解を求めることが可能である．しかし，空間の不規則波動場に対しては考慮すべき成分数も多く，式(10)の総数も極めて大きくなることから，計算労力の点から本解析手法は成分数が比較的少ない波動場の解析に適用が限られよう．ここでは，古川ら(1997)による単一波群の潜堤による反射実験の結果を用いて，潜堤通過前，潜堤上，潜堤背後における波群中の各成分波を上述の分離手法を用いて求め，解析方法の妥当性を検討した．ただし各点における時間波形しか計測されていないため，最小２乗誤差を次式のように与えて計算を行った．

$$Q = \sum_{i,j}\left[\left(E_d\right)_i^2 + \left(E_k\right)_{ij}^2\right] \tag{10$'$}$$

解析結果については講演時に報告したい．

4．おわりに

非線形干渉項についても考慮できるように一般形に展開した速度ポテンシャルを用いて，単一方向の波の入反射分離法について検討した．入反射それぞれの方向の各成分を自由表面の力学的境界条件および運動学的境界条件の最小２乗誤差を最小にする解として求めるもので，対象とする成分数が多くなると解くべき非線形方程式の総数が成分数の２乗に比例して多くなり，実際の不規則波動場の解析には不向きであるが，数成分からなる波群に対しては有用な分離法と考えられる．

参考文献

水口　優(1991)：浅海域における入・反射波の分離手法について，海岸工学論文集第 38 巻，pp. 31-35.

古川智将・片桐正樹・柏原謙爾・喜岡涉(1997)：沿岸砂州背後の長周期波の伝播変形，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，pp293-294.