

## 任意断面を有する直立構造物による非線形回折波の2次近似解

名古屋大学大学院 正会員 水谷 法美 (株)日本港湾コンサルト 正会員 真田 武  
 名古屋大学大学院 ○ 藤岡 丈夫 名古屋大学大学院 フェロー 岩田好一朗

1. はじめに: 構造物を海域に設置する場合、作用波力や波変形を正確に予測しておくことが基本的に必要である。真田ら<sup>1)</sup>は大口径円筒構造物による2次近似回折波ポテンシャルを MacCamy-Fuchs らの解<sup>2)</sup>を直接2次近似解に拡張することによって Green 関数を用いることなく誘導している。本研究では、真田らの解と清川・小林<sup>3)</sup>により開発された境界展開法を2次近似問題に適用することにより、任意断面を有する直立構造物による非線形回折波の2次近似解を誘導したので、その結果について報告する。

2. 基礎方程式と境界条件: 1次近似, 2次近似の回折波の速度ポテンシャル  $\phi_1^S, \phi_2^S$  は以下の基礎方程式, 境界条件を満足する関数となる。

|       |       | 1次オーダー                                                                             | 2次オーダー                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------|-------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 基礎方程式 |       | $\nabla^2 \phi_1^S = 0$ (1)                                                        | $\nabla^2 \phi_2^S = 0$ (5)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 境界条件  | 自由表面  | $\frac{\partial \phi_1^S}{\partial z} - v\phi_1^S = 0$ (2)                         | $\frac{\partial \phi_2^S}{\partial z} - 4v\phi_2^S = \frac{i\sigma}{2g} \left\{ 2 \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 - \phi_1 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} + v\phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right\} - \left( \frac{\partial \phi_2^I}{\partial z} - 4v\phi_2^I \right)$ (6) |
|       | 底面    | $\frac{\partial \phi_1^S}{\partial z} = 0$ (3)                                     | $\frac{\partial \phi_2^S}{\partial z} = 0$ (7)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|       | 構造物表面 | $\frac{\partial \phi_1^S}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_1^I}{\partial n}$ (4) | $\frac{\partial \phi_2^S}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_2^I}{\partial n}$ (8)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

上記以外に、さらに放射条件が課せられる。1st-order に対する式は次式で与えられる。

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left( \frac{\partial \phi_1^S}{\partial r} - ik_1 \phi_1^S \right) = 0 \quad (9)$$

3. 1st-order の解: 前章で示した基礎方程式(1)、自由表面(2)・底面条件(3)を満足するような回折波の速度ポテンシャルの一般解を、1st-order で次式のようにフーリエ級数の形で表す。

$$\phi_1^S(r, \theta, z) = \frac{ig}{2gk_1} \frac{\cosh k_1(z+d)}{\cosh k_1 d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \alpha_n H_n^{(1)}(k_1 r(\theta)) e^{in\theta} \quad (10)$$

ここに、 $v = k_1 \tanh k_1 d$  であり、 $v = \sigma^2 / g$  である。また、 $\alpha_n$  は構造物表面上の不透過条件(6)より求める係数である。条件(6)の両辺が  $\theta$  のみの関数となるため、フーリエ展開すると、次式のように表せる。

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} F_n(\theta) \alpha_n e^{-ip\theta} d\theta \cdot \alpha_n = \int_{-\pi}^{\pi} f_n(\theta) e^{-ip\theta} d\theta \quad (p = -N \sim N) \quad (11)$$

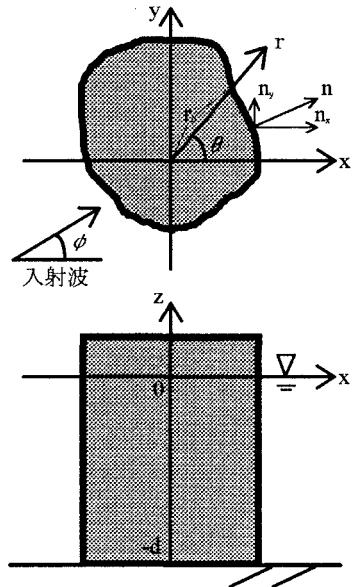
$$F_n(\theta) = i^n \{ k_1 (n_x(\theta) \cos \theta + n_y(\theta) \sin \theta) H_n^{(1)}(k_1 r(\theta)) - i(n_x(\theta) \sin \theta + n_y(\theta) \cos \theta) \frac{n}{r(\theta)} H_n^{(1)}(k_1 r(\theta)) \} \times e^{in\theta} \quad (12)$$

$$f_n(\theta) = i(k_{1x} n_x(\theta) + k_{1y} n_y(\theta)) \cdot e^{ir(\theta)(k_{1x} \cos \theta + k_{1y} \sin \theta)} \quad (13)$$

式(11)で、 $n = -N \sim N$  ,  $p = -N \sim N$  とすると  $(2 \times N + 1)$  元の  $\alpha_n$  に関する連立一次方程式が得られ、最終的に任意の断面を持つ鉛直構造物による 1st-order の速度ポテンシャルは(14)のようになる。

$$\phi_1 = -\frac{ig}{2\sigma k_1} \frac{\cosh k_1(z+d)}{\cosh k_1 d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \{ \mu_n J_n(k_1 r(\theta)) - \alpha_n H_n^{(1)}(k_1 r(\theta)) \} e^{in\theta} \quad (14)$$

4. 2nd-order の解: 2次近似の回折波速度ポテンシャルの一般解は円筒構造物の場合<sup>1)</sup>と同様に誘導でき、1st-order の解と同様に構造物表面上の不透過条件(8)は、以下のようになる。



$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{n,0} F_{n,0}(\theta) = f_0(\theta) \quad (15)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{n,\ell} F_{n,\ell}(\theta) = f_{\ell}(\theta) \quad (\ell = 1, 2, 3, \dots) \quad (\ell : \text{減水定数}) \quad (16)$$

ここに、

$$F_{n,0}(\theta) = i^n \frac{\pi d}{4} \{k_2(n_x(\theta) \cos \theta + n_y(\theta) \sin \theta) H_n^{(1)}(k_2 r(\theta)) - i(n_x(\theta) \sin \theta + n_y(\theta) \cos \theta) \frac{n}{r(\theta)} H_n^{(1)}(k_2 r(\theta))\} \times e^{in\theta} \quad (17)$$

$$f_0(\theta) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \{(n_x(\theta) \cos \theta + n_y(\theta) \sin \theta) G M_n'(r(\theta)) - i(n_x(\theta) \sin \theta + n_y(\theta) \cos \theta) \frac{n}{r(\theta)} G M_n(r(\theta))\} \times e^{in\theta} \quad (18)$$

$$F_{n,\ell}(\theta) = i^n \{k_{2\ell}(n_x(\theta) \cos \theta + n_y(\theta) \sin \theta) K_n'(\kappa_{2\ell} r(\theta)) - i(n_x(\theta) \sin \theta + n_y(\theta) \cos \theta) \frac{n}{r(\theta)} K_n(\kappa_{2\ell} r(\theta))\} \times e^{in\theta} \quad (19)$$

$$f_{\ell}(\theta) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \{(n_x(\theta) \cos \theta + n_y(\theta) \sin \theta) G L_{n,\ell}'(r(\theta)) - i(n_x(\theta) \sin \theta + n_y(\theta) \cos \theta) \frac{n}{r(\theta)} G L_{n,\ell}(r(\theta))\} \times e^{in\theta} \quad (20)$$

$$G M_n(r(\theta)) = g_n^{II}(k_1 r(\theta)) + g_n^{IS}(k_1 r(\theta)) + g_n^{SS}(k_1 r(\theta)) + \frac{\pi d}{4} (M_n^{IS}(r(\theta)) + M_n^{SS}(r(\theta))) \quad (21)$$

$$G L_{n,\ell}(r(\theta)) = g_n^{II}(k_1 r(\theta)) + g_n^{IS}(k_1 r(\theta)) + g_n^{SS}(k_1 r(\theta)) + L_{n,\ell}^{IS}(r(\theta)) + L_{n,\ell}^{SS}(r(\theta)) \quad (22)$$

$$g_n^{II}(k_1 r(\theta)) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{n,m} J_{n-m}(k_1 r(\theta)) J_m(k_1 r(\theta)) \quad (23)$$

$$g_n^{IS}(k_1 r(\theta)) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{n,m} J_{n-m}(k_1 r(\theta)) H_m^{(1)}(k_1 r(\theta)) \quad (24)$$

$$g_n^{SS}(k_1 r(\theta)) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{n,m} H_{n-m}^{(1)}(k_1 r(\theta)) H_m^{(1)}(k_1 r(\theta)) \quad (25)$$

$$B_{n,m} = -\{\mu_{n-(m+1)} \mu_{m+1} - (3 \tanh^2 k_1 d - 1) \mu_{n-m} \mu_m + \mu_{n-(m-1)} \mu_{m-1}\} \quad (26)$$

$$C_{n,m} = -\{\mu_{n-(m+1)} \alpha_{m+1} - (3 \tanh^2 k_1 d - 1) \mu_{n-m} \alpha_m + \mu_{n-(m-1)} \alpha_{m-1}\} \quad (27)$$

$$D_{n,m} = -\{\alpha_{n-(m+1)} \alpha_{m+1} - (3 \tanh^2 k_1 d - 1) \alpha_{n-m} \alpha_m + \alpha_{n-(m-1)} \alpha_{m-1}\} \quad (28)$$

ここに、 $k_2, \kappa_{2\ell}$  は  $4v = k_2 \tanh k_2 d = -\kappa_{2\ell} \tan \kappa_{2\ell} d$  の解であり、 $M_n^{IS}(r(\theta)), M_n^{SS}(r(\theta)), L_{n,\ell}^{IS}(r(\theta)), L_{n,\ell}^{SS}(r(\theta))$  はベッセル関数の積で表される。1st-order と同様、式(15),(16)の両辺をフーリエ展開すると、次式のようになり、

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} F_{n,\ell}(\theta) e^{-ip\theta} d\theta \cdot E_{n,\ell} = \int_{-\pi}^{\pi} f_{\ell}(\theta) e^{-ip\theta} d\theta \quad (\ell = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (29)$$

$n = -N \sim N$  ,  $p = -N \sim N$  ,  $\ell = 0 \sim L$  とすると、 $E_{n,\ell}$  に関する  $(L+1)$  個の連立一次方程式が得られる。

**5. 計算結果：** 2nd-order の構造物周辺の波高分布を図1に例示する。なお、入射波は図の左方より入射している。1st-order の解析結果に比べ、2nd-order では構造物前面及び前面付近で波高が増大しているのがわかる。今後、水理実験を行って、解の妥当性等について更に検討を加える所存である。

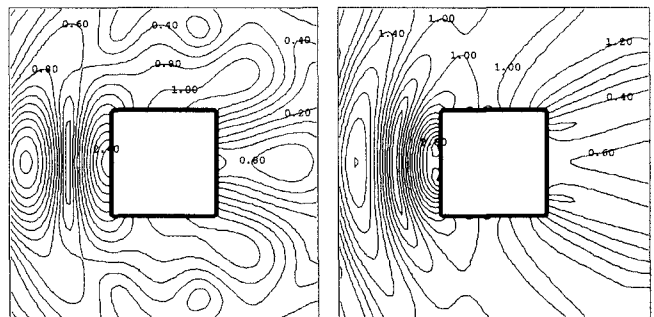


図1: 正方形断面構造物近傍の波高分布図(左: 1st-order, 右: 2nd-order)  
T=5.4s, h=10m, H=1.2m, D (正方形の一边)=29m, D/L=0.364

**<参考文献>** 1) 真田・水谷・岩田(1995): 大口径円筒構造物による2次近似回折波理論, 土木学会中部支部研究発表会講演概要集 pp.219-220 2) R.C. MacCamy and R.A. Fuchs(1954): Wave Forces on Piles: A Diffraction Theory, U.S. Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board, Tech. Memo., No.69 3) 清川哲志・小林浩(1983): 面対称柱体による波の散乱と波力, 土木学会論文報告集, pp.55-64