

水面波におよぼす粘性、表面張力および風の影響

岐阜大学 ○橋本篤 正会員 安田孝志

【1. 緒言】

最近、ストークス波が保存系の仮定でカオス的に不規則化する事が示され (Yasuda & Mori, 1997), Gaussian 仮定に基づく海の波の統計的描像に対して一石が投げられた。しかしながら、実際の波は弱いながらも粘性の影響を受けるため、カオスの不規則化についても散逸系としての取り扱いが必要となってくる。

そこで本研究では、水面波のカオスの不規則化に重要な変調不安定を重視する立場から深海波を対象とし、側帯波擾乱を伴うストークス波におよぼす散逸効果を明らかにする。また、海の波に対する風の作用の本質は、散逸を上回るエネルギー供給にあるという立場から、風の影響を取り入れた場合の水面波の不規則構造のより正しいに描像に迫りたい。

【2. 散逸系の波動モデル】

深海波のエネルギー逸散は、高周波の励起や碎波に伴う高周波側へのエネルギー輸送とその熱エネルギーへの転化 (カスケード過程) により、自由表面近傍の表層で生じていると考えられる。このため、図-1のように表層に一種の境界層とも呼ぶべき粘性層を考え、この外では非粘性・非回転として扱えろとし、速度 V を速度ポテンシャル ϕ によって与える。粘性境界層内では、速度 V は非回転成分 $\nabla\phi$ と回転成分 $v = (u, \omega)$ の和で与えられると仮定し、回転成分 v によってエネルギーを逸散させる一方、その影響を速度ポテンシャルにフィードバックする。粘性層の厚さ δ は波長 L に比べて十分に小さいと仮定すれば、回転成分 v の支配方程式が次式のように導かれる。

$$\omega_t = 2\nu_e \phi_{xxz} + \nu \omega_{xx}|_{\eta} \quad (\eta - \delta \leq z \leq \eta, \quad |\partial\omega/\partial x| \ll |\partial u/\partial z|)$$

表面張力 τ が作用するとすれば、その境界 $z = \eta - \delta$ において次式の境界条件が ϕ に対して導かれる。

$$\phi_t + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + g\eta + \frac{P_a}{\rho} - \frac{\tau\eta_{xx}}{\rho[1+(\eta_x)^2]^{\frac{3}{2}}} - 2\nu_e(\phi_{xx} - w_z) = 0|_{z \approx \eta}, \quad \eta_t + \phi_x\eta_x = \phi_z + w|_{z \approx \eta}$$

ここで、 P_a は大気圧、 τ は表面張力、 ρ は水の密度および ν_e は境界層内の碎波等による乱れを考慮した動粘性係数である。これらを解くため、自由表面における速度ポテンシャル ϕ^s を用いて ϕ_x , ϕ_{xx} を書き換え、 k_0 を代表長として無次元化すると、最終的に解くべき無次元方程式が次式のように導かれる。なお、無次元化記号は省略する。

$$\begin{aligned} \phi_t^s &= -\eta + w^s W - \frac{1}{2}\phi_x^{s2} + \frac{1}{2}W^2(1+\eta_x^2) + \tau \frac{\eta_{xx}}{(1+\eta_x^2)^{3/2}} - P_a \\ &\quad + \frac{2}{Re^*} \frac{\phi_{xx} - W\eta_{xx} - 2W_x\eta_x}{1-\eta_x^2} - \frac{2}{Re^*} w_z^s \\ \eta_t &= -\eta_x \phi_x^s + (1+\eta_x^2)W + w^s \\ w_t^s &= \frac{1}{Re^*}(2W_{xx} + w_{xx}^s) \end{aligned}$$

ここで、 $Re^* = (gk_0^3)^{1/2}/\nu_e$, $W = \phi_z|_{\eta}$, $W_x = \phi_{zx}|_{\eta}$, $W_{xx} = \phi_{zxx}|_{\eta}$, $w^s = w|_{\eta}$, $w_z^s = w_z|_s$, $w_{xx}^s = w_{xx}|_{\eta}$ となる。

これを、Dommermuth & Yue (1987) によるスペクトル法で解くことにより、自由表面に表面張力、表層に粘性が作用する波動場での高次干渉の影響評価を行い、散逸系におけるカオスの不規則化の特色を明らかにする。計算は、初期波を波形勾配 $k_p a_p = 0.15$ のストークス波に4組の側帯波モードに $10^{-2}a_p$ の振幅を与えた準単色波を用い、RKG 法による時間発展計算を行った。

【3. 散逸系の検討】

散逸系と保存系におけるスペクトルの時間発展の比較を行うため、保存系と散逸系 (分子粘性のみ ($\nu_e/\nu = 1$)) においてストークス波の波長 L_p を 0.16 m としたときのストークス波のスペクトルの時間変化を比較する。なお、 T_p は L_p に対応した周期である。非粘性においては、スペクトルの時間変化 (図-2-a) はカオス的に不規則化する。しかし、図-2-b の散逸においては表面張力と粘性応力の影響が増し、これらの原因で変動を繰り返しながら減衰が進み、カオス的に不規則化する前に波が消えて行く。

【4. 風の影響の検討】

散逸系に風の影響を与えるため、先に求めた散逸系の波動モデルの大気圧の項 P_a に風の影響を図-3のように仮定し、その影響を検討する。風上側の波面には一様に風圧がかかると考え、大気圧 P_a をこの面に対して一様に与える。一方、風下側の波面には風の通過により圧力が低下すると考え、風上側の 0.1% の大きさの負圧を与える。対象とする波の条件は波形勾配 0.15, L_p を 0.16 m とし、散逸系におけるエネルギー逸散に対して散逸による逸散を補うようにエネルギー供給を与えた場合のスペクトルの時間変化を図-4に示す。図-4は図-2-bと異なり、エネルギー逸散による減衰を風からのエネルギー供給によって補い、カオス的に不規則化していることがわかる。また、風からのエネルギー供

給によるスペクトルの発達を確認でき、高周波側のスペクトルの発達は散逸によって消える事が解る。一方、図-5は低周波側より見たスペクトルの時間変化の鳥瞰図であるが、これより低周波側のスペクトルは発達しており、風による影響を確認できる。また、図-6は散逸系においてカオスの不規則化の判定を次式のように定義したSeparation Distance $D(t)$ の時間発展により、カオス的に不規則化するかどうかの判定を行ったものである。

$$D(t) = \sum_{n=1}^N |A_n(t) - A_n'(t)| \begin{cases} A_n'(0) = A_n(0) & ; n=1, \dots, N \text{ and } n \neq N/4 \\ A_n'(0) = A_n(0) + 10^{-3} A_n(0) & ; n = N/4 \end{cases} \quad (A_n(t): \text{時間 } t \text{ におけるフーリエ振幅})$$

これより、散逸系のみでは変動を繰り返しながら減衰が進み、カオス的に不規則化する前に波が消えて行くが、風の影響を入れた場合、カオス的に不規則化する。これより、水面波に対する風の影響は逸散を上回るエネルギー供給にあると考えられる。

【5. 結語】

深海波において表面張力と粘性の影響を取り入れ、散逸系におけるストークス波の伝播計算を行い、散逸の効果を検討した。また、風の影響を散逸系モデルに取り込み、風が波に及ぼす影響を調べた。この結果、風的作用は逸散を上回るエネルギー供給にある事が解った。これより、自然界の水面波の振る舞いに対してより精度の高い数値シミュレーションが可能となると思われる。しかし、今回は風の影響を簡略的に与えたが、水面波に及ぼす風の影響をより正確に再現するためにはより実現象に近い圧力変化を与える必要性があり、これは今後の課題としたい。

【参考文献】

1. Yasuda, T. and N. Mori (1997): Roles of sideband instability and mode coupling in forming a water-wave chaos, Wave Motion Vol.26, No.2, pp.100-123.
2. Dommermuth, D.G. and D.K.P. Yue (1987): A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves, J. Fluid Mech., Vol.184, pp.267-288.

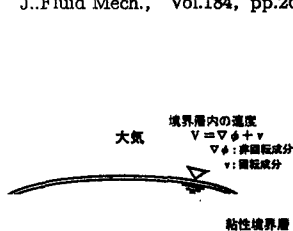


図-1 自由表面における境界層の図示

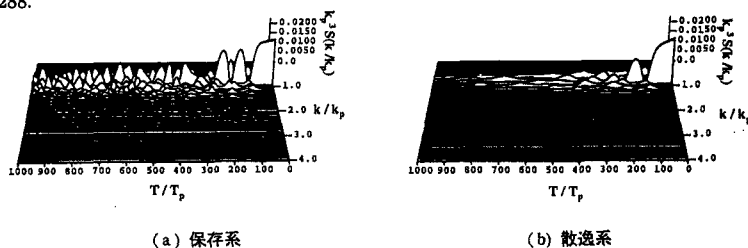


図-2 散逸系と保存系のスペクトルの時間発展の比較

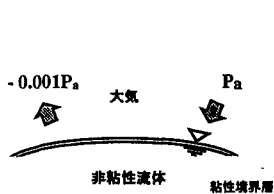


図-3 自由表面におよぼす風の影響

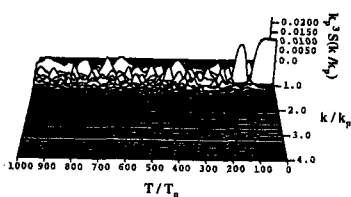


図-4 風の影響を考慮したスペクトルの時間発展

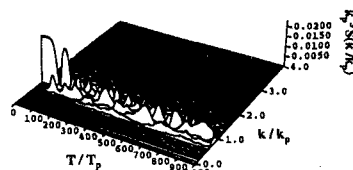


図-5 低周波側からのスペクトルの鳥瞰図

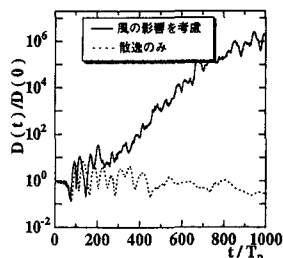


図-6 散逸系と風を考慮した場合の Separation Distance $D(t)$ の時間発展の比較