

河川と帯水層の結合系における相互作用の解析

名城大学理工学部 正 員 ○ 原田守博
名城大学理工学部 学生員 杉本大輔

1. はじめに

流域の都市化により洪水氾濫の危険が増大したことを受け、多くの河川で河道改修が行われてきた。しかし、通常は不透水性の護岸に改修されるため、河川と地下水の交流関係が絶たれる傾向にある。都市河川が三面張りによって排水路と化し、平水時に枯渇した状況にあることは衆知の通りである。こうした河川環境を改善するには、流域本来の水循環である河水と地下水の連続性を回復し、河道に豊かな流れを取り戻すことが必要である。本研究ではその第一歩として、河川と帯水層の間の動的な相互関係について検討する。

2. 対象とする現象と支配方程式

図-1に示すような河道と不圧帯水層の結合系を考える。初期の時刻 $t=0$ で上流から河道区間 L への流入量と末端から下流への流出量は等しく、河道水位と帯水層中の地下水位は平衡状態にあるものとする。 $t>0$ において区間の上流端から $I(t)$ なる流入量があるとき、下流端からの流出量 $O(t)$ が帯水層の存在によってどのような影響を受けるかを検討する。河道区間内の貯留量を $S(t)$ 、帯水層から河道への流入量を $Q_r(t)$ とすると、連続方程式は次式となる。

$$\frac{dS(t)}{dt} = I(t) - O(t) + Q_r(t) \quad \cdots \cdots (1)$$

貯留量 $S(t)$ と流出量 $O(t)$ との関係は、次の非線形貯留関数：

$$S(t) = K O(t)^p \quad \cdots \cdots (2) \quad \text{で表現できるものとする。}$$

ここに、 K と p は係数である。河道区間 L への地下水流出量 $Q_r(t)$ は、河道から半無限に広がった帯水層について、非定常地下水位 $h(x,t)$ の基礎方程式を初期・境界条件： $h(x,0)=0$ 、 $h(0,t)=f(t)$ 、 $h(\infty,t)=0$ のもとで解くことにより、兩岸合わせて次式で表される。

$$Q_r(t) = 2 \times L h_0 \cdot (-v(t)) = -2L \sqrt{\frac{nek h_0}{\pi}} \cdot \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \frac{\partial f(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad \cdots \cdots (3)$$

ここに、 n_e ：帯水層の有効間隙率、 k ：透水係数、 h_0 ：平均水深、 $f(t)$ ：河道の水位変化量であり、河道の水面面積 A (= 積 BL) を用いると $f(t) = S(t)/A$ である。したがって式(1)~(3)より、河道の流れと地下水流出量は相互に境界条件の関係にあり、この現象が連成問題であることが分かる。式(2)において $p=1$ の線形な場合には、流入量 $I(t)$ に対する流出量 $O(t)$ の応答関係は、ラプラス変換により次式のように求められる¹⁾。

$$O(t) = \frac{A}{K} \int_0^t k_y(t-\tau) I(\tau) d\tau, \quad k_y(t) = \frac{1}{2A \sqrt{\frac{nek h_0}{B^2} - \frac{1}{K}}} \left\{ \alpha e^{\alpha^2 t} \operatorname{erfc}(\alpha \sqrt{t}) - \beta e^{\beta^2 t} \operatorname{erfc}(\beta \sqrt{t}) \right\} \quad \cdots \cdots (4)$$

ここに、 $\alpha = \sqrt{\frac{nek h_0}{B^2} + \frac{1}{K}}$ 、 $\beta = \sqrt{\frac{nek h_0}{B^2} - \frac{1}{K}}$ 、ただし $\frac{nek h_0}{B^2} > \frac{1}{K}$ である。

従来の河岸貯留効果に関する研究では、上記のような線形応答関係が多く用いられてきた²⁾。しかし、上式には線形性 ($p=1$) だけでなく、透水係数 k が大きく河道幅 B が狭い場合にしか適用できない制限があり、汎用的でない。そこで本論では、より一般的な非線形 ($p \neq 1$) の場合について近似解を得ることを試みた。式(2)において $y(t) = O(t)^p$ とおき、テーラー展開によって非線形方程式(1)(2)を線形近似すると、

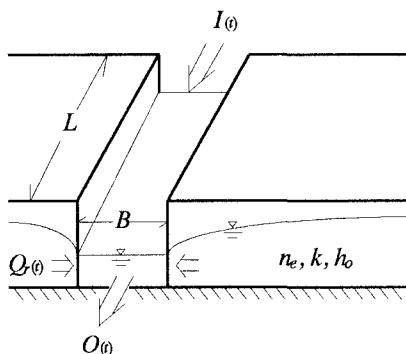


図-1 解析対象の模式図

$$K \frac{dy(t)}{dt} = I(t) - b - ay(t) + Q_r(t), \quad \text{ここに,} \quad a = -\frac{1}{Kp} y_* \left(\frac{1}{p} - 1 \right), \quad b = \left(1 - \frac{1}{p} \right) y_* \frac{1}{p} \quad \dots (5)$$

となる。ここに、 y_* は時刻 t より1ステップ前の時刻の y である。上式を t について積分し、時間を T ごとの離散時間 $i=0, 1, 2, \dots, n$ に置き換えると、解くべき方程式は次のようになる。

$$y_{i+1} = \phi y_i + \gamma x_{i+1} \quad \text{ここに,} \quad \phi = e^{aT}, \quad \gamma = \frac{1}{a} (e^{aT} - 1), \quad x_{i+1} = \frac{1}{K} (I_{i+1} - b + Q_{r, i+1}) \quad \dots (6)$$

3. 帯水層による河岸貯留効果

上記の方程式群には、河道と帯水層の幾何形状と水理定数がパラメータとして含まれている。ここでは、値の変動幅がとくに広い透水係数 k と河道流れの非線形性 p の影響について調べることにする。他のパラメータは簡単のために $K=1.0$, $B=5$ (m), $n_s=0.3$, $h_0=10$ (m) とおいた。

図-2は、 $p=1.0$ の場合について、河道の上流端からの流入量 $I(t)$ が図中左の細線のように変化したときの末端からの流出量 $O(t)$ を、帯水層の透水係数を $k=0, 1.0, 10.0$ (m/hr)と変えて求めたものである。図から、 k の値の増加とともにピーク流量は遅減する一方、ハイドログラフの遅減部は緩やかになることが分かる。これは、図-3に示したように、地下水流出量 $Q_r(t)$ が河道水位の上昇・下降に応じて負から正へと変化するにより、帯水層が河道の流況の変化を吸収し、河道の流れを安定化させる効果をもつためである。

図-4は、河道流れの非線形性 p の影響を調べるために、上流からの流入量が $I(t)$ と $2 \times I(t)$ のときについて、 $p=0.5, 1.0$ と値を変えて、河道流出量 $O(t)$ を比較したものである。図によると $I(t)$ が2倍になると、 $p=1.0$ での $O(t)$ はそれに比例して2倍に増加しているが、 $p=0.5$ の場合は2.6倍にも増加している。これは、河道水位が非線形性により流量に比例して増加せず、帯水層への地下水流入量が抑制されたためである。

4. おわりに

河道一帯水層系の相互作用を解析した結果、河岸貯留効果によって河道の急激な流量変化が抑制され、安定した流況を生み出すことができることが示された。本論では、河道や帯水層の水理特性について仮想的なパラメータ値を設定しているが、今後はこれを基礎として、より実用的な成果に繋がるように研究を続けたいと考えている。

参考文献

- 1) 原田：名城大学理工研究報告，第38号，1997。
- 2) 例えば，Morel-Seytoux, H.J.: Hydrowar Program Report, Colorado State Univ., 1981。

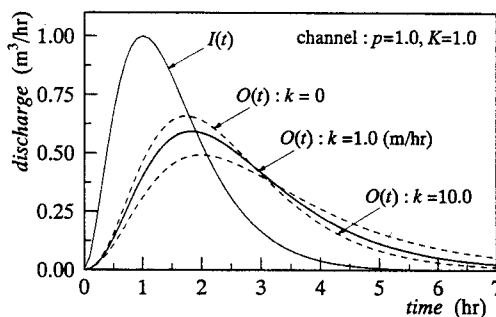


図-2 透水係数による河道流出量 $O(t)$ の差異

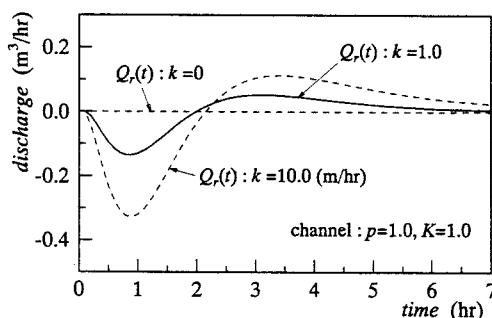


図-3 図-2における地下水流出量 $Q_r(t)$ の変化

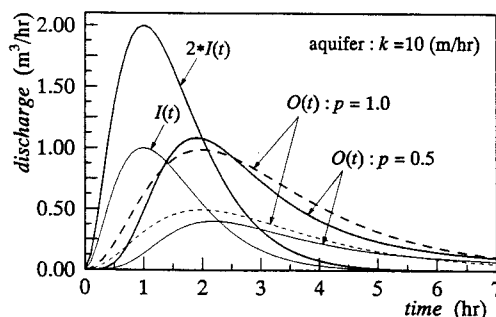


図-4 河道流れの非線形性の影響