

移動格子座標系を用いた容器内循環流の数値解析

岐阜大学工学部 正員 藤田 一郎

岐阜大学工学部 ○長田 直之

1. はじめに

近年、災害時に備えて緊急時の水道水を確保するための大規模なタンクが設置されるようになってきている。このような大規模タンクでは、水の循環が不良で一日単位で水の交換が完全に行われていないと、内部に死水域が生じ水道用水としての利用が困難になると考えられる。しかしながら、流入・流出位置と死水域発生の有無との関係は不明であるため、水理実験あるいは数値解析によってある程度の推定を行う必要がある。また一日に水位が大幅に変動するため、水面を固定して取り扱うことができず水位と共に循環の様子も変化していくと考えられる。

一方、自由表面を考慮した研究はいくつか行われている。主な数値解析手法には、MAC法 (Marker And Cell Method)、VOF法 (Volume Of Fluid)、境界適合座標 (BFC)、ラグランジュ型有限要素法などがあるが、これらはそれぞれが長所と短所を持っており優劣を決めることは困難である。しかし、このような大規模タンクの循環流を解析する場合では、水面は簡単な一価関数で表されるので境界条件が明確に定式化できる境界適合座標^{1, 2)}が最も優れている。そこで本研究では、基礎的な研究として鉛直二次元場の容器内循環流を対象とし、水面に追従する移動格子座標を用いた境界適合座標により数値シミュレーションを行った。

2. 数値解析手法

2-1. 座標系

本研究では、基礎方程式を物理空間 (t, x, y) から写像空間 (τ, ξ, η) に変換して解析を行う。この際物理空間で任意の形状の格子は写像空間で固定された格子に変換される (図-1 参照)。

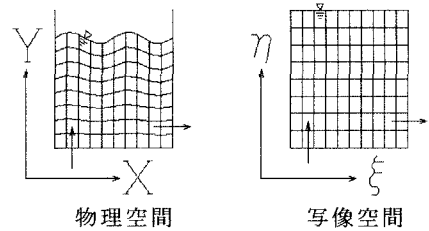


図-1

2-2. 基礎方程式

物理空間での基礎方程式は、連続式・運動方程式であるが、これらは写像空間では以下のように表現される。

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (JU) + \frac{\partial}{\partial \eta} (JV) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + (U + \xi_x) \frac{\partial u}{\partial \xi} + (V + \eta_x) \frac{\partial u}{\partial \eta} = - \left(\xi_x \frac{\partial P}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial P}{\partial \eta} \right) + \nu \Delta u + g_x \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + (U + \xi_x) \frac{\partial v}{\partial \xi} + (V + \eta_x) \frac{\partial v}{\partial \eta} = - \left(\xi_y \frac{\partial P}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial P}{\partial \eta} \right) + \nu \Delta v + g_y \quad (3)$$

ただし

$$\Delta \phi = \frac{\alpha}{J^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} - \frac{2\beta}{J^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\gamma}{J^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + D \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + E \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \quad \alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2, \beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta, \gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2, D = \xi_{xx} + \xi_{yy}, E = \eta_{xx} + \eta_{yy}$$

$$J = x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta$$

また U, V は反変速度と呼ばれ次式で定義され、 ξ 一定および η 一定の座標線と直交する速度成分を表す。

$$U = \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v \quad (4, 5)$$

なお左辺の対流項中の ξ_t, η_t は ξ および η が一定の座標線が時間的に移動することによるみかけの速度を表す。

2-3. 計算手法

方程式の差分には写像空間におけるスタッガード格子を用いた。またオイラー陽解法により仮圧力場と水面形状を算出しSMAC法により仮圧力場が連続式を満たすように補正を行った。このとき水面形状と速度を既知とし、圧力ならびに次の時刻の速度と水面形状を未知とした。

3. 計算結果

図-2は $30 \times 30\text{m}$ の容器に対し幅 1m の孔から $0.15\text{m}^2/\text{s}$ で流入させた場合の水位変化による体積増加量と流入量の比較を示したものである。両者の誤差はほとんどなく本モデルでは質量が良好に保存されていることがわかる。図-3は $30 \times 30\text{m}$ の容器に対し流入・流出量 $0.1\text{m}^2/\text{s}$ の条件で計算した時の循環流の時間変化を示した図である。 $T=3\text{hr}$ では時計回りの大規模な循環流と下流側壁水面付近で上昇流が見られるのに対し、 $T=3.5\text{hr}$ では上流側壁水面付近で上昇流が計算されている。水面位の最大高低差は 70cm 程度であり、さらに時間発展させると周期的にこれらのモードが繰り返されることがわかった。

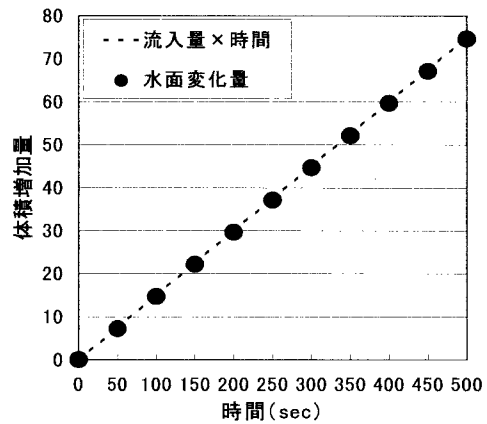


図-2

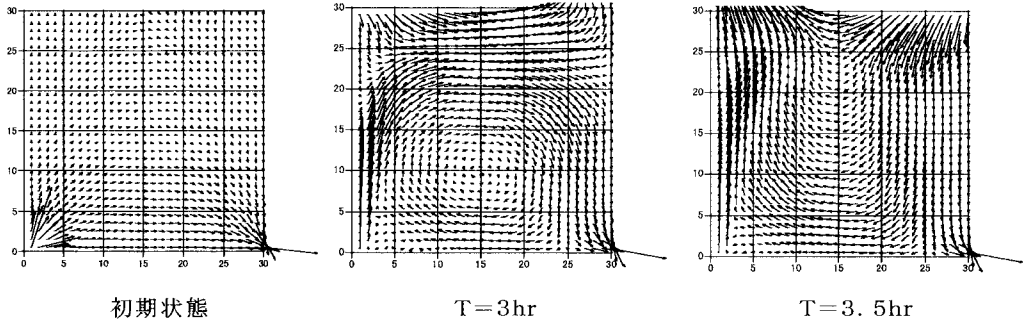


図-3

4. 考察

本研究では、循環流の状況を強調するために相対的に過大な流量を与えた計算を試みたが、本モデルで水面変化や循環の様子を計算できることがわかった。今後は解析精度の向上や格子依存性の検討を行うと同時に3次元モデルへの拡張を試みる予定である。

参考文献

- 1) 河村・土方編:熱と流れのシミュレーション, 丸善, 1995.
- 2) 越塚誠一:数値流体力学, 培風館, 1997.