CIP法による移動境界を含む非圧縮性粘性流体の数値計算

岐阜大学　学生会員　○河合ひろみ，正会員　陸田秀実，安田孝志

【1. 緒言】

移動境界を含む非圧縮性粘性流体場を数値シミュレーションする手法（MAC, VOF, ALE法等）はこれまでにも種々開発されているが，異相の境界面が大変形する場合や渦拡散を伴う流体現象を計算可能とする手法の確立は必ずしも十分とは言い難い．特に，非線形項（移流項）の取扱いにおいて低次差分を用いた場合，数値拡散する問題があり，これを解消するために高次差分を用いたとしても境界条件の取扱いが問題となる．また，移動境界面の取り扱いではVOF法などのようにVOF関数Fの移流方程式を用いたDonor-Acceptor法が用いられているが，手法として非常に煩雑であり，斜め方向への移流が適切に行われない等の問題から，必然的に適用限界が生じる．

本研究は，前述の問題を克服するため，Yabe[1)2)]らが開発したCIP(Cubic Interpolated Pseudo Particle)法を２次元の非圧縮性粘性流体に適用し，従来の差分法と比較検討を行い，その妥当性を検証するものである．

【2. 数値計算手法の概要】

CIP法の最大の特徴は，物理量とその空間１階微分値を変数として持つことであり，２つの格子点の情報のみで３次精度が構築でき，境界条件も用意となることである．これは，Leith法を高次精度化したものと考えられる．

支配方程式は，２次元非圧縮性粘性流体の連続式とNavier-Stokes方程式であり，移動境界面の判定には２次元の密度関数法（密度の移流方程式）を用いる．この時，境界面をクリアにするために正接関数[3)]を用いた変数変換を行う．**図-1**は，CIP法の数値計算アルゴリズムを示す．まず，Navier-Stokes方程式を移流項(Adovection)と非移流項(Non-Adovection)に分離し，非移流項については時間差分にEulerの陽解法，拡散項に２次の中心差分を用いる．次に，各物理量（速度，圧力，密度）とその空間１階微分値の計算を行う．さらに，移流項については３次のHermite関数を用いたCIP法による移流計算を行う．最後に，SOR法により圧力の収束計算を行う．なお，移動境界面は密度の移流方程式により判定（しきい値の決定）を行う．

【3. テスト計算】

図-2は，１次元の矩形波の伝播（定常）について，他の差分解法である１次風上差分，Quickest差分と比較したものである．いずれも2000ステップ後の波形であるが，１次風上差分は数値拡散の影響で波形になまりが生じ，Quickest差分は物理量が急激に変化する場所においてオーバーシュートしている．このように，移流項の差分化によって数値拡散やオーバーシュートが生じると，元々の物理的な拡散項よりも拡散を過大に評価してしまったり，物理量が急変する場において数値エラーが発生するなどの問題が生じる．一方，CIP法は初期の矩形波の定常性を保ったまま伝播しており，前述の問題は全く発生していない．**図-3**は，２次元問題において比較したものである．１次風上差分およびQuickest差分において，１次元矩形波の問題と同様のことが生じている．一方，CIP法は２次元問題（500step後）においても定常性が保たれ，数値拡散，オーバーシュート等の問題は生じない．

以上のことから，非圧縮性粘性流体等の流体現象を取り扱う場合，差分化による数値的な誤差を内在する差分法を使用すると現象を厳密に表すことは無理であり，その数値計算結果の信頼性に疑問が残るため，CIP法のような差分化による誤差の極力少ないスキームを使用する必要性がある．

【4. ダムブレイク問題への適用】

図-4は，CIP法を非圧縮性粘性流体問題に適用した場合（堰を超えるダムブレイク）の計算結果をVOF法による結果と比較したものである．ここで用いたVOF法は移流項に１次風上差分を用いている．いずれの計算条件もRe=3000, CFL数=0.1とした場合である．両者ともにダム底部先端位置の経時変化を実験結果と比較したが良好であった．この問題のように非定常性が強く自由液面が複雑になる場合，いわゆる砕波現象のような問題に対して，両手法ともに適用は可能である．しかしながら，図から分かるように流体の飛散が伴うような場合に若干の差異が生じてくる．ここで用いたVOF法の場合，移流項に１次風上差分を用いていること，VOF関数Fに対してDonor-Acceptor法を適用していること等の問題から流体現象になまりが生じ，流体の飛散・拡散が抑えられてしまっていると考えられる．粒子法[4)]による計算結果等から，流体飛散状況はCIP法に近いものであった．これらの図から移動境界面が大変形したり，飛沫を伴うような現象を数値計算する場合はCIP法が適用可能であることが定性的ではあるが判断できる．

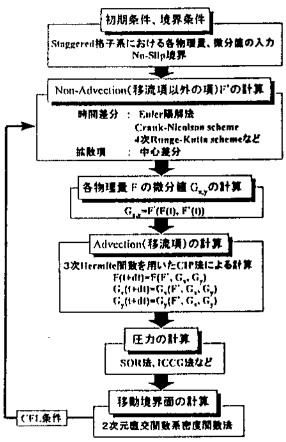
【5. 結語】

非圧縮性粘性流体場を数値計算する場合，CIP法を用いれば非線形項の差分化の取り扱いを高精度に行うことが可能となり，数値的誤差をほとんど含まずに対象となる流体現象を数値計算できることが分かった．

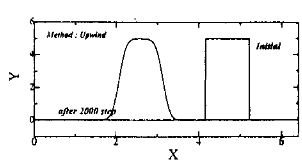
また，３次元化を行う場合も容易であり検討中である．さらに，ここで用いた移動境界面の判定法（密度関数法）は多相流体場の場合にも容易に適用可能である．

【参考文献】

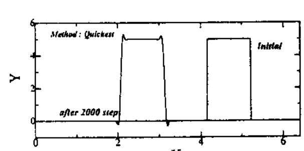
[1] T.Yabe and P.Y.Wang (1991) : Journal of The Physical Society of Japan Vol.60, No.7, pp2105-2108.
[2] T.Yabe and T.Aoki (1991) : Computer Physics Communication Vol.66, pp219-232.
[3] T.Yabe and F.Xiao (1995) : Comput. Math. Applc. Vol.29, pp15-25.
[4] 玉古 (1994)：東京大学修士論文，160p.



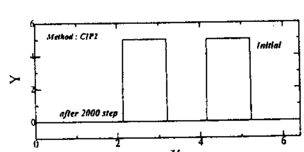
図−１ CIP法の数値計算アルゴリズム



a) Upwind

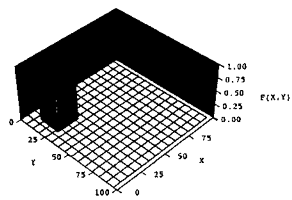


b) Quickest

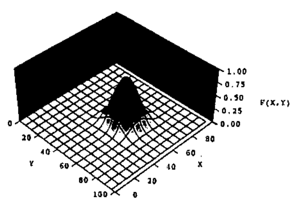


c) CIP

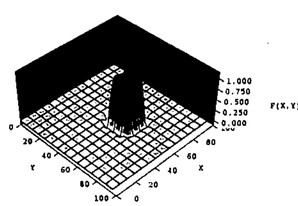
図−２ １次元矩形波の伝播



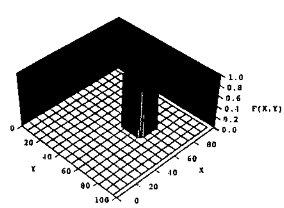
a) Initial



b) Upwind

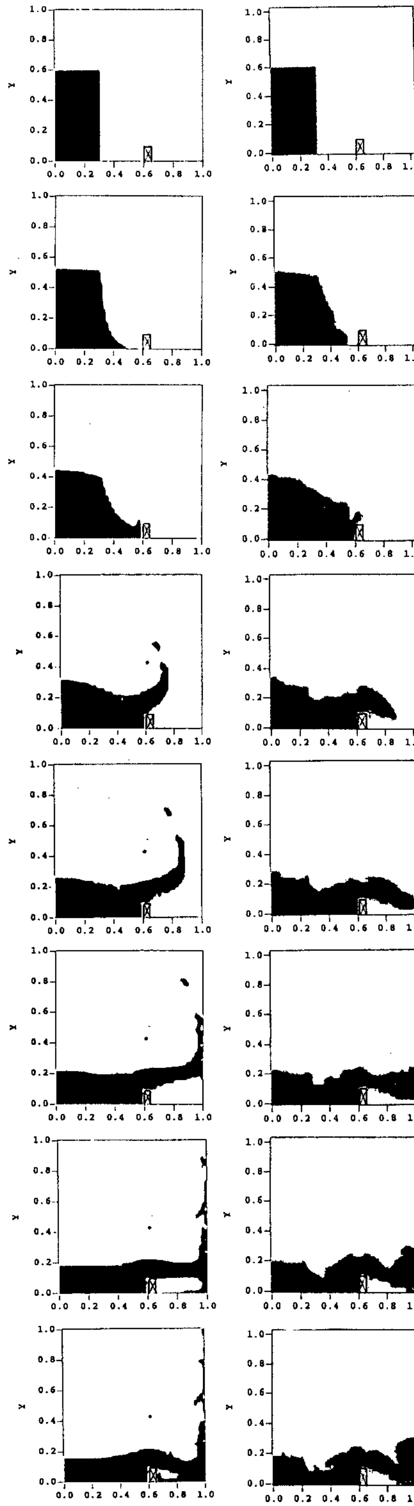


c) Quickest



d) CIP

図−３ ２次元 物理量Fの伝播



a) VOF　　b) CIP

図−４ ダムブレイク問題