

ケーブルの初期つり合い形状と自由振動解析

大同工業大学工学部 ○加藤秀一
大同工業大学工学部 正会員 水澤富作

1. はじめに

ケーブルの振動特性は、ケーブルの動的応答や制振・制御を検討する上で必要になる。単一ケーブルまたはケーブルシステムの自由振動解析については、これまでに多くの研究がなされてきているが、移動支点を持つケーブルの振動問題はあまり検討されていないように思われる¹⁾。

本文では、Viscous Relaxation 法²⁾と3節点アイソパラメトリック・ケーブル要素を用いて、図・1に示すような任意に仮定された初期形状から2次元ケーブルの初期つり合い形状解析とケーブルの振動特性に与える支点の移動やサグ比などの影響について検討している。また、振動特性に与える支点移動の有無による相違についても明らかにしている。

2. 解析手法

ケーブルは幾何学的非線形性の大きな問題であり、一般にケーブルの曲げ剛性やねじり剛性を無視し、完全に柔軟な一軸引張り材であると仮定される。また、任意のサグを持つ2次元ケーブルの自由振動問題は振動振幅に依存する非線形問題になる。ここでは、ケーブルの初期つり合い形状を中心にした微小振幅振動を仮定し、線形化問題として式の定式化を行っている。すなわち、アイソパラメトリック・ケーブル要素と Viscous Relaxation 法を用いて初期つり合い形状解析を行い、またこの初期つり合い形状を中心にした微小振幅振動を固有値問題として解析し、振動数や振動モード形状を求める。式の誘導の詳細については省略するが、初期つり合い形状に対して、微小変位の仮定により非線形項を無視して線形化すると、ケーブルの自由振動方程式は、次式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K_T]\{u\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

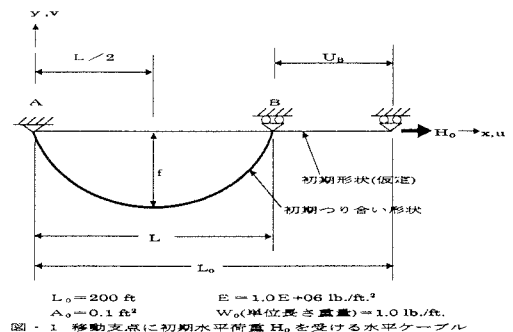
ここで、 $[M]$ は質量マトリックス、 $[K_T]$ は接線剛性マトリックスである。 $\{\ddot{u}\}$ $\{u\}$ は、それぞれ加速度及び変位ベクトルである。微小振幅振動と調和振動を仮定すると、変位ベクトルは、 $\{u\} = \{U\} \sin \omega t$ で与えられるので、これを式(1)に代入すれば、次式のように表される。

$$([K_T] - \omega^2[M])\{U\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

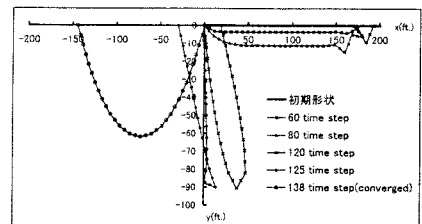
したがって、式(2)の固有値計算を行えば、ケーブルの初期つり合い形状を中心にした微小振幅振動の振動数や振動モード形状が求められる。ただし、 ω は円振動数(rad./sec.)である。

3. 数値計算例及び考察

はじめに、Viscous Relaxation 法を用いた2次元水平ケーブルの初期つり合い形状解析について示し、またケーブルの自由振動解析の収束性や振動特性に与える移動支点の影響について示す。なお、計算例では、 $L_0=200.0$ ft., $A_0=0.1$ ft.², $E=1.0E6$ lb./ft.², $\rho=0.03106$ lb.sec.²/ft.⁴を用いている。図・2には、図・1に示すように移動支点で水平初期荷重、 $H_0=-5$ lb.を受ける水平ケーブルの初期つり合い形状の収束状態が示されている。ここでは、3節点ケーブル要素を用いて16要素に分割している。これより、Viscous Relaxation 法を用いれば、任意に初期形状を仮定しても、安定した収束値が得られる。表・1と表・2は、2節点要素と3節点要素を用いて、異なった境界条件を持つ水平



図・1 移動支点に初期水平荷重 H_0 を受ける水平ケーブル



図・2 Viscous Relaxation法の収束に必要な時間ステップ数：
 $f/L=0.428(H_0=-5.0$ lb.)

表・1 一端が支点移動する水平ケーブルの振動数 ω (rad./sec.)の収束性に与えるケーブル要素モデルと要素分割数の影響と精度比較：
 $L_0=200.0$ ft., $E=1.0E6$ lb./ft.², $A_0=0.1$ ft.², $W_0=1.0$ lb./ft.

要素分割数	ケーブル要素モデル	Modes			
		1th ω_1	2th ω_2	3th ω_3	4th ω_4
8	2	0.8382	1.868	3.007	4.127
	3(n=2)	0.8362	1.833	2.871	3.812
16	2	0.8325	1.864	2.867	4.075
	3(n=2)	0.8400	1.840	2.896	3.863
24	2	0.7775	1.823	2.854	3.768
	3(n=3)	0.8158	1.830	2.881	3.834
32	2	0.8394	1.835	2.876	3.813
	3(n=2)	0.8498	1.813	2.852	3.766
64	2	0.7811	1.822	2.863	3.792
	3(n=2)	0.8363	1.835	2.869	3.794
	3(n=2)	0.8725	1.798	2.837	3.762
	3(n=3)	0.7747	1.828	2.871	3.765
	2	0.7848	1.829	2.857	3.774

a) $H_0=10.0$ lb. ($f/L=0.235$)

要素分割数	ケーブル要素モデル	Modes			
		1th ω_1	2th ω_2	3th ω_3	4th ω_4
8	2	2.833	5.771	8.950	12.43
	3(n=2)	2.815	5.627	8.468	11.37
16	2	2.816	5.635	8.494	11.37
	3(n=3)	2.820	5.662	8.580	11.56
24	2	2.815	5.626	8.458	11.27
	3(n=3)	2.815	5.626	8.460	11.28
32	2	2.817	5.642	8.512	11.40
	3(n=2)	2.815	5.626	8.458	11.27
64	2	2.815	5.626	8.458	11.27
	3(n=3)	2.815	5.626	8.458	11.27
弦の理論	2	2.816	5.637	8.449	11.27

b) $H_0=100.0$ lb. ($f/L=0.025$)

表・2 両端固定支持された水平ケーブルの振動数 ω (rad./sec.)の収束性に与えるケーブル要素モデルと要素分割数の影響： $L_0=200.0$ ft., $E=1.0E6$ lb./ft.², $A_0=0.1$ ft.², $W_0=1.0$ lb./ft.

要素分割数	ケーブル要素モデル	Modes			
		1th ω_1	2th ω_2	3th ω_3	4th ω_4
8	2	1.683	2.798	4.042	5.311
	3(n=2)	1.657	2.665	3.705	4.678
16	2	1.691	2.808	4.051	5.317
	3(n=3)	1.662	2.695	3.781	4.821
24	2	1.654	2.651	3.692	4.643
	3(n=3)	1.667	2.694	3.722	4.798
32	2	1.652	2.663	3.712	4.721
	3(n=2)	1.652	2.663	3.691	4.639
64	2	1.617	2.649	3.689	4.635
	3(n=3)	1.599	2.654	3.701	4.662
	2	1.630	2.658	3.695	4.648

a) $H_0=10.0$ lb. ($f/L=0.235$)

要素分割数	ケーブル要素モデル	Modes			
		1th ω_1	2th ω_2	3th ω_3	4th ω_4
8	2	5.206	6.310	8.647	11.22
	3(n=2)	5.082	6.175	8.316	10.23
16	2	5.092	6.187	8.340	10.30
	3(n=3)	5.112	6.209	8.362	10.45
24	2	5.081	6.174	8.307	10.19
	3(n=3)	5.082	6.175	8.309	10.20
32	2	5.095	6.190	8.344	10.30
	3(n=2)	5.081	6.174	8.306	10.19
64	2	5.081	6.174	8.307	10.19
	3(n=3)	5.089	6.183	8.328	10.25
	2	5.081	6.174	8.306	10.19
	3(n=3)	5.081	6.174	8.306	10.19
	2	5.083	6.176	8.312	10.21

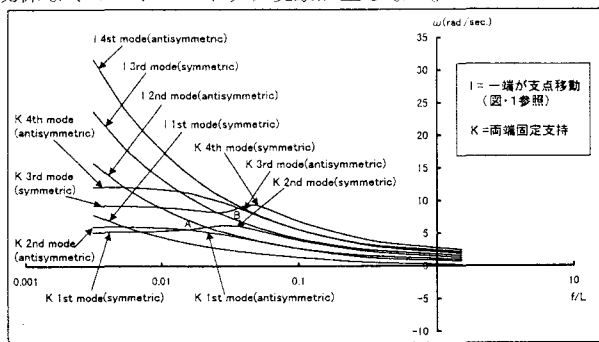
b) $H_0=100.0$ lb. ($f/L=0.025$)

ケーブルの振動数の収束性に与える要素分割数の影響を示している。これより、要素分割数の増大にしたがって、一様な収束性が示されている。また低減積分した高次のケーブル要素を用いれば、少ない要素分割数で、収束値に近い値が得られている。表・3 には、同一の水平初期荷重が作用する傾斜ケーブルの振動数に与える支点移動の影響が示されている。ここで、 $f/L=0.164$, また3節点要素で32分割に離散化している。これより、一次に非対称モード形状が生じる両端支持のケーブルと比較すると、下端に移動する支点を持つケーブルの振動数が最も小さな値を示し、またケーブルの張力変動に関係する対称モードが一次として生じてくる。

表・3 傾斜ケーブルの振動数 ω (rad./sec.)に与える移動支点の影響：
 $y_0/L_0=1/\sqrt{2}$, $f/L=0.164$ ($H_0=10.0$ lb.), $L_0=200.0$ ft.
 $E=1.0E6$ lb./ft.², $A_0=0.1$ ft.², $W_0=1.0$ lb./ft.

支持タイプ	振動数 ω (rad./sec.)			
	1 st mode	2 nd mode	3 rd mode	4 th mode
Type 1	1.026	1.957	3.152	4.035
Type 2	0.7869	1.931	2.990	4.019
Type 3	2.006	3.090	4.324	5.402

図・3 には、水平ケーブルの振動特性に与える支点の移動の影響が示してある。従来知られているように、両端支持されたケーブルでは、比較的小さなサグ比において、対称モードから非対称モードへのスイッチ現象が現れるが、移動支点を持つケーブルでは、サグ比に関係なくモードのスイッチ現象が生じない。



図・3 水平ケーブルの振動特性に与える支点移動の影響

4. おわりに 本文で得られた結果は以下のようにまとめられる。(1) 要素分割数の増大にしたがって、一様な解の収束性が示され、また低減積分した高次のケーブル要素を用いれば、少ない要素分割数で収束値に近い値が得られている。(2) 移動支点を持つケーブルの1次の振動モード形状は、ケーブルの張力変動に大きな影響を与える対称モードになる。したがって、モード次数から比較すると、両端支持のケーブルとは完全に異なったモード形状が現れる。また、傾斜ケーブルの振動性状に与える移動支点の影響は、対称モード形状に大きく見られ、サグの大きい側の支点が移動するときに、振動数が最も小さな値を示す。(3) 両端支持されたケーブルでは、比較的小さなサグ比において、対称モードから非対称モードへのスイッチ現象が現れるが、移動支点を持つケーブルでは、サグ比に関係なくモードのスイッチ現象が生じない。

参考文献 1) 貝塚真貴：支点移動を考慮した傾斜ケーブルの非線形応答に関する研究. 大同工業大学修士論文, 1997. 2) 水澤 他：ケーブル解析への仮想減衰を考慮した非線形計算法の適用について. 土木全国大会, 1997.