振動周期を制御する設計法に関する研究

岐阜大学大学院　劉　松戟
松尾橋梁ＫＫ　朱　火江
岐阜大学教授　中川建治

１．研究の目的

本研究は固有値問題に関連した一つの最適設計の方法を導くものである。制約条件は構造物の総重量（総体積）を既定値に拘束することであり、固有値のべき乗の逆数和（固有周期のべき乗和）を目的関数とする最適設計に関する研究である。

その特徴は、部材の断面積A_kと断面の剛性I_kとの関係がおおよそ$I_k=C_kA^{bk}$の関係にあれば、本研究の最適化問題はコンピュータの収束の繰り返し計算の特徴を活用して、部材の断面の形状が節点毎に変化しても安定した最適解を求め得る解析法を確立した。

２．方法

本設計法の第一段階は平面構造物の総重量を一定に保持しつつ固有周期の自乗和を最小にする部材断面設計法である。その設計法の特徴は基本周期のみならず全ての固有周期を対象にしていることと、最適化の過程において固有値およびその感度の計算を必要としないことである。

第二段階は構造物の各周期T_kが特定の固有周期T_αへ接近しないようにしつつ、周期べき乗和を最小化することである。

この設計法は、固有値が指定する値に近付かないように制御する設計アルゴリズムも確立させたので，地盤の卓越周期を回避する構造物の設計法として意義ある最適設計法と思われる。

１）　固有周期を特定の周期に接近させない方法

梁及び塔状物構造物の固有周期T_j ($j=1,2,\cdots$) の自乗和ΣT_j^2を最小にする断面変化の決定法を示す。片持梁では、固有周期の自乗和の中における基本周期T_jの比率が大きいので、ΣT_j^2を小さくすることは、近似的にT_jを小さくすることになる。構造物の固有周期によって固有値λ_jに対して固有値の逆数和Γは

$$\Gamma=\sum_{j=1}^{n} 1/\lambda_j=1/(4\pi^2)\sum_{j=1}^{n} T_j^2$$

という関係で表される。

振動問題については、所定の構造物の全ての固有周期をある特定の振動周期（地盤の卓越周期）T_aの近傍から可能な限り離れさせるという設計問題は極めて工学的意義がある。このような場合に対する目的関数は、特定な固有周期T_aに相当する固有値をαとして

$$\Gamma=\left(\sum_{j=1}^{n} 1/(\lambda_j-\alpha)^2\right)\ \min$$

の形にするのが望ましい。もしαと構造物のいずれかの固有値 λ_iとが接近すると目的関数が限りなく増大して、目的関数を可能な限り小さくすることが構造物と卓越周期の共振を回避させるになることが容易に推察されよう。

２）　地盤の卓越周期を回避する最適設計法

対象となる構造物の固有周期は地盤卓越周期より小さい場合は、固有周期のべき乗和最小設計法は更に剛な構造物を設計しょうとするものであって有効な手法となる。実際に構造物の基本固有周期は地盤卓越周期より大きい場合も多い。単に固有周期を小さいする最適設計では耐震設計としては意義を持たないものとな

る。動的外力を受ける構造物の設計最適化問題としては、動荷重の中の支配的な振動周期成分と構造物の固有周期それぞれお互いに接近しないように離れさせたい。

特定の振動周期を回避する構造物の最適設計問題はつぎのように定式化される。

$$\Gamma = \sum_{j=1}^{n} B_k 1/(\lambda_j - \alpha)^2 + \sum_{j=1}^{n} B_0 1/\lambda_j$$

制約条件：設計上考慮すべき要求に合う設計とするためには、目的関数が直接満足すべき制約条件式を設定しなければならない。本研究の基本的の思想は、現行の設計示方書などを準用して既に設計されている主構造の体積あるいは重量を変えないまま、最適断面を設計することである。

$$\sum_{I=1}^{n} A_i L_i = V_0$$

耐震対策として基本周期を大きくしたい場合には付帯条件である主構の総体積（重量）の大きさを減少させて（あるいは付加重量を大きくして）本設計法を活用すればよい。すなわち、周期を長くするために対策としても本手法は合理てきに断面を変化させる設計法として有効である。

目的関数：固有周期自乗和（あるいは固有周期４乗和）を最小にすることは、お互いに接近している低次固有周期をまとめて小さくすることになる。ここでは高架水槽を設計対象として、２次元構造とする場合との固有周期の自乗和および４乗和を目的関数とする。

設計変数：構造物の断面積を A_i、断面２次モーメントを I_i として断面２次モーメントと断面積との間には次のような近似式が成立しているものとする。　$I = cA^b$　ここに、c,b は実際の設計では異なる断面の形状より決定される常数であるが簡略にこの様に表す。よって設計変数は断面積のみとなる。

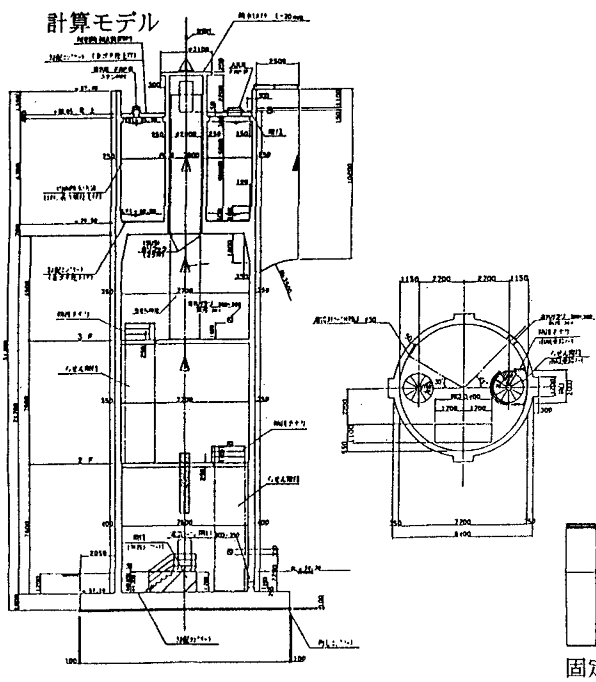
3. 主な検討事項と結論

(1)繰り返し計算で収束が速かである。

(2)原設計断面とΓ最小設計とによる構造物断面の変化は大きい。特に高次等分（１０次以上）の結果は良い。

(3)耐震設計について卓越周期をうまく回避できる。

計算モデル



Σ 1/λ ²の初期値と最適値および比率

モデル		初期値 (sec²)	最適値 (sec²)	比率％
円	５等分	3.77267D-7	2.06343D-7	54.69
	１０等分	4.30469D-7	2.69935D-7	62.71
筒	１５等分	1.16266D-6	7.81210D-7	67.19
wing	５等分	-----	-----	-----
	１０等分	7.14161D-7	4.74623D-7	66.46
付	１５等分	1.13128D-6	8.35863D-7	73.89

WING付１０等分モデル
（元断面と最適断面）