

ねじりモーメントを受ける鉄筋コンクリート部材の鉄筋の応力算定式について

信州大学工学部 フェロー 長 尚
信州大学工学部 ○荒川 智之

1. まえがき ねじりモーメントを受ける鉄筋コンクリート部材の弾性応力度の算定方法について吟味し、それぞれの式の持つ意味を明白にする。その上で軸方向鉄筋と横方向鉄筋で補強された鉄筋コンクリート部材についての従来の算定式に疑問があることを指摘する。

2. 弾性応力度の算定 一般には内部のコンクリートを無視して、任意断面（円形断面の場合に限らない）に対して適用可能なせん断流の概念が用いられる。いま図-1に示すように、軸方向鉄筋と帯鉄筋の位置で薄肉の中空断面を考える。この薄肉の中心線方向の単位長さ当たりのせん断力 q は、せん断流と言われ、これとねじりモーメント M_t の関係は周知のように次のようである。 $q = \frac{M_t}{2A_0}$ (1)

1) 斜め引張力による算定 式(1)で表されるせん断流 q が部材軸線に対して45度傾いた方向の面の単位幅当たりの斜め引張力になる。もし鉄筋が図-2に示すように軸線方向に対して45度傾いたらせん状に s の間隔で入っていれば、この鉄筋が受け持つ引張力 T_s は、軸線方向の s 間の45度傾いた長さは $s \cos 45^\circ$ であるから、次のようになる。 $T_s = q s \cos 45^\circ = \frac{M_t s}{2\sqrt{2}A_0}$ (2) らせん鉄筋の断面積を a_s 、応力度を σ_s とすれば $T_s = a_s \sigma_s$ (3)であるから、これらの2式から、らせん鉄筋の応力度 σ_s は次のようになる。 $\sigma_s = \frac{M_t s}{2\sqrt{2}a_s A_0}$ (4) この結果は周知の通りである。通常は、らせん鉄筋ではなく、軸

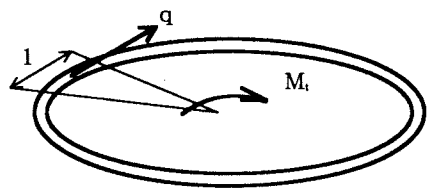


図-1 薄肉断面のせん断流とねじりモーメント

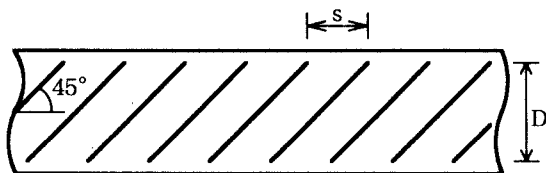


図-2 45°傾けたらせん鉄筋

方向鉄筋と帯鉄筋が用いられる。ここで、図-3に示すように、軸方向鉄筋1本の断面積を a_l 、帯鉄筋1本の断面積を a_v 、軸方向鉄筋1本で受け持つ引張力を T_l 、帯鉄筋1本で受け持つ引張力を T_v 、軸方向鉄筋の間隔を l 、帯鉄筋の間隔を v とする。図-3に示すような45度傾いた面の単位幅当たりの斜め引張力 q の、 l 間での和(q に45度傾いた面の幅 $l \cos 45^\circ$ を掛けたもの)の軸線方向の分力(さらに $\cos 45^\circ$ を掛けたもの)を軸方向鉄筋で、 v 間での和(q に45度傾いた面の幅 $v \cos 45^\circ$ を掛けたもの)の軸線と直角方向の分力(さらに $\cos 45^\circ$ を掛けたもの)を帯鉄筋で受け持つ訳であるから次のような2式が成立する。 $T_l = q l \cos^2 45^\circ$ (5) $T_v = q v \cos^2 45^\circ$ (6) 軸方向鉄筋の応力度を σ_l 、帯鉄筋の応力度を σ_v とすれば、 $T_l = a_l \sigma_l$ (7) $T_v = a_v \sigma_v$ (8)であり、これらと、式(1)の関係を式(5)、(6)に入れて整理すると次のように、 σ_l と σ_v を算定する式が得られる。 $\sigma_l = \frac{M_t l}{4a_l A_0}$ (9) $\sigma_v = \frac{M_t v}{4a_v A_0}$ (10) この算定式はせん断流によって発生した斜め引張力の分力を軸方向鉄筋と、帯鉄筋が受け持つとして誘導したが、この算定式は次の式(11)、(12)のような一般に用いられているものと一致せず、その半分となっている。 $\sigma_l = \frac{M_t l}{2a_l A_0}$ (11) $\sigma_v = \frac{M_t v}{2a_v A_0}$ (12) したがって、通常用いられている軸方向

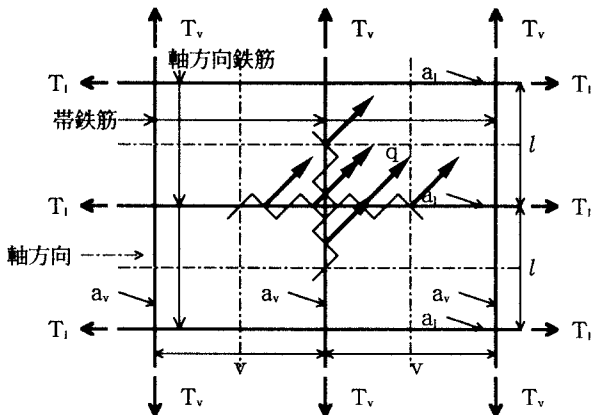


図-3 軸方向鉄筋・帯鉄筋と斜引張力の関係

鉄筋と帯鉄筋に発生する弾性応力度の算定式は、せん断流によって発生した斜め引張力を対象として誘導されたものではないと言える。

なお軸方向鉄筋もしくは横方向鉄筋（帯鉄筋）の有効面積は斜め引張力作用方向の投影面積であるからとして、これらがらせん鉄筋の断面積 a_s と同じ役目を果たすためには $\sin 45^\circ$ で割って、 $\sqrt{2}$ 倍だけ必要だとし、 $a_v = \sqrt{2}a_s$ or $a_t = \sqrt{2}a_s$ (13) $s = v$ or l (14) と置いて、式 (11), (12) が誘導されている¹⁾ が、正しくない。何故なら、この場合にはらせん鉄筋が受け持っていた全斜め引張力を帯鉄筋と軸方向鉄筋で受け持つ訳であるから、帯鉄筋と軸方向鉄筋の断面積は式 (13) の半分でありからである。それを式 (4) に入れると、式 (10) と同じ結果となる。したがって式 (13) のような扱いをすると、結果として軸方向鉄筋だけ、もしくは横方向鉄筋だけで抵抗するものとしたことになっている。

(2) 立体トラスモデルによる算定 図-4に示すように、コンクリートの圧縮抵抗を圧縮斜材に見立て、これと軸方向鉄筋、帯鉄筋から成る立体トラスとして考える。軸方向鉄筋の間隔が l 、帯鉄筋の間隔が v として、この立体トラスの部材力 H

（帯鉄筋方向部材の引張力）、 L （軸方向部材の引張力）、 D （斜材の圧縮力）を求めると、次のような結果

を得る。 $H = q$

$l = \frac{M_t l}{2A_0}$ (15) $L = q \quad v = \frac{M_t v}{2A_0}$ (16) $D = q \quad l \sqrt{1 + \frac{v^2}{l^2}} = \frac{M_t l}{2A_0} \sqrt{1 + \frac{v^2}{l^2}}$ (17) これらのうち、 L を軸方向鉄筋が、 H を帯鉄筋がそれぞれ分担し、斜め圧縮力 D はコンクリートが直接抵抗することになる。したがって式 (7), (8) の関係を用いると、軸方向鉄筋の応力度 σ_l 、帯鉄筋の応力度 σ_v が次のように求められる。 $\sigma_v = \frac{M_t l}{2a_v A_0}$ (18) $\sigma_l = \frac{M_t v}{2a_l A_0}$ (19) これらの結果は、式 (9), (10) と異なっており、分母の係数4が2、分子の l と v が丁度逆になっている。また通常用いられている式 (11), (12) とも違っており、分母の係数は2であるが、分子の l と v が逆になっている。通常式 (11), (12) の結果も立体トラスモデルから誘導されているが、その際 $l = v = s$ についてなされ²⁾、その限りにおいては正しいが、 $l \neq v$ の場合には適切でないことになり、慣用の式には疑問がある。

さて、 $l = v = s$ とすると、式 (17) の斜材の圧縮力 D は次のようになる。 $D = \frac{M_t l}{\sqrt{2} A_0}$ (20) これは式 (2) のらせん鉄筋の場合にコンクリートが受持つ圧縮力（らせん鉄筋が受け持つ引張力 T と大きさが同じ）の丁度2倍になっている。ちなみに、引張斜材のある立体トラスとして計算すると2倍にはならず、せん断流によって発生する斜め方向の引張力、圧縮力に一致する。このように引張斜材のない立体トラスとすると、せん断流によって発生する斜め方向の引張力、圧縮力は、引張斜材がある場合の倍の引張力、圧縮力となるのである。このようになるのは、引張部材がないためにその役目を軸方向鉄筋と帯鉄筋がすることになり、圧縮斜材の力が倍にならないと力の釣合が成立しなくなるからである。そのために式 (18), (19) は、せん断流によって発生した斜め引張力を対象として誘導された式 (9), (10) の倍になっているのである。通常引張斜材のない立体トラスによる結果が用いられるのは、コンクリートにひび割れが入ると、引張斜材がない状態と考えた方が無難であるからであろう。

参考文献 1) 例えば、泉満明：ねじりを受けるコンクリート部材の設計法，p.92，技報堂，昭和47年。2) Hsu, T. T. C. : Torsion of Reinforced Concrete, pp. 76-83, VNR Company, 1984.