洪水による山間部の地形形成に関する数値シミュレーション

岐阜大学土木学科　正会員　藤田　裕一郎
岐阜大学土木学科　学生員　呂　福禄
岐阜大学土木学科　学　生　伊藤　修

1まえかき

洪水によって形成されてきた沖積地における長期的な河川計画を立てるためには、洪水による自然河川の変貌と周辺地形の変化を予測する努力を続けていかなければならない。本研究では,沖積地の形成過程における流況、侵食及び堆積の状況を明確にし、地球温暖化のような長期的な環境変化に対するそれらの応答を明らかにする第一歩として、山間河道による谷底平地の形成を取り上げる。すなわち、簡単な楕円形の盆地を想定して、その地形形成を把握するために、洪水時及び低水時における流況と河床変動に関する数値計算モデルの開発を行っている。用いた方程式は、一般座標系における定常の浅水流の基礎式、掃流砂量式及び河床の連続式であって、有限体積法を用いて方程式を離散化しており、格子形成は楕円型微分方程式によっている。本文ではその数値モデルと結果の一部について報告する。

2、浅水流の基礎方程式

連続方程式は下式を用いている。

$$\frac{1}{J}(y_\eta M_\xi - x_\eta N_\xi) + \frac{1}{J}(-y_\xi M_\eta + x_\xi N_\eta) = 0$$

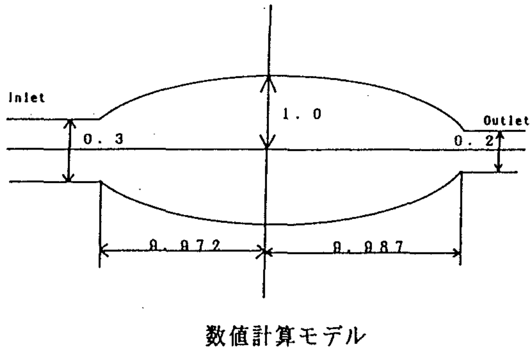
ここでは、静水圧分布を仮定し、Coriolis力及び水面に作用するせん断力を無視して次式となる

ξ方向及びη方向の運動方程式は

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{J}\{y_\eta (uM)_\xi - x_\eta (vM)_\xi\} + \frac{1}{J}\{-y_\xi (uM)_\eta - x_\xi (vM)_\eta\} \\
&= -\frac{g}{J}\left[y_\eta\left\{\left(\frac{h^2}{2}\right)_\xi + h(Z_b)_\xi\right\}\right] + \frac{g}{J}\left[y_\xi\left\{\left(\frac{h^2}{2}\right)_\eta + h(Z_b)_\eta\right\}\right] + \frac{1}{J}\left[y_\eta\left\{\frac{\varepsilon}{J}(y_\eta M_\xi - y_\xi M_\eta)\right\}_\xi - x_\eta\left\{\frac{\varepsilon}{J}(-x_\eta M_\xi + x_\xi M_\eta)\right\}_\xi\right] \\
&\quad + \frac{1}{J}\left[-y_\xi\left\{\frac{\varepsilon}{J}(y_\eta M_\xi - y_\xi M_\eta)\right\}_\eta + x_\xi\left\{\frac{\varepsilon}{J}(-x_\eta M_\xi + x_\xi M_\eta)\right\}_\eta\right] - S_{fx}(u, v, h)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{J}\{y_\eta (uN)_\xi - x_\eta (vN)_\xi\} + \frac{1}{J}\{-y_\xi (uN)_\eta - x_\xi (vN)_\eta\} \\
&= -\frac{g}{J}\left[x_\eta\left\{\left(\frac{h^2}{2}\right)_\xi + h(Z_b)_\xi\right\}\right] - \frac{g}{J}\left[x_\xi\left\{\left(\frac{h^2}{2}\right)_\eta + h(Z_b)_\eta\right\}\right] + \frac{1}{J}\left[y_\eta\left\{\frac{\varepsilon}{J}(y_\eta N_\xi - y_\xi N_\eta)\right\}_\xi - x_\eta\left\{\frac{\varepsilon}{J}(-x_\eta N_\xi + x_\xi N_\eta)\right\}_\xi\right] \\
&\quad + \frac{1}{J}\left[y_\eta\left\{\frac{\varepsilon}{J}(y_\eta N_\xi - y_\xi N_\eta)\right\}_\xi - x_\eta\left\{\frac{\varepsilon}{J}(-x_\eta N_\xi + x_\xi N_\eta)\right\}_\xi\right] - S_{fy}(u, v, h)
\end{aligned}$$

ここに、方向$M = uh$, $N = vh$、u, vはそれぞれx, y方向の流速、ξ、η は計算面におけるx、yに適応する座標である。hは水深、zは河床高、gは重力加速度、εは渦動粘性係数、S_{fx}, S_{fy}か河床摩擦勾配に関する項であり、 Manning則を用いる。



数値計算モデル

$$S_{fx}(u,\ v,\ h)=\frac{gn^2M\sqrt{M^2+N^2}}{h^{\frac{7}{3}}} \qquad S_{fy}(u,\ v,\ h)=\frac{gn^2N\sqrt{M^2+N^2}}{h^{\frac{7}{3}}}$$

渦動粘係数εは

$$\varepsilon=\frac{k}{6}u.h=\frac{kn}{6}\sqrt{\frac{g}{h^{\frac{1}{3}}}(M^2+N^2)}$$

3、格子の形成

一般座標系の数値計算においては、計算空間は格子幅が一定であるが、物理空間からの座標変換には変換のためのメトリックスとヤコビアン評価が必要で、その精度は物理空間の格子配置に依存するので、格子間隔の急変化は、精度上が好ましくないことは明かである。したがって、本計算には境界格子間隔の比が１.０となるような拘束を付加しなけらばならない。

これまでにさまざまな格子形成法が提案されている。一般的には格子形成法は代数的に行われるものと偏微分方程式を解いて行うものとに分類される。今回の計算には、第一ステップは代数的な格子形成法の代表なTransfinite法に代表される曲線の補間を利用し、さらに、第一ステップの値に基づいて、直交性と滑らかさとに大変優れている楕円型微分方程式を用いて形成を行っている。

4、計算方法と計算条件

一般曲線座標系における運動方程式を数値解析する時には、デカルト座標系となっている計算空間に写像して計算を行う。しかし、スタガード格子を採用すると、これを計算空間に写像するために、必要とされる計算量と記憶容量は大きすぎることになり、また、境界条件の設定も複雑である。これらの不便さを取り除き、速度と圧力のすべての変数を同一の格子点で離散化して解くに集中格子法を用いた。集中格子法では、速度と圧力に対して、コントロール・ボリュームは同一のものとなている。境界面において必要な速度は、中心点の値と隣接点の値から線形補間で与えられる。離散化が物理量の保存則を満たしている特長を持っている有限体積法で行われる。

２次元定常流れの運動方程式と連続方程式とを連立される方法には、種種があるが、ここでは、圧力補正式を作るＳＩＭＰＬＥ解法を採用する。離散化された運動方程式、圧力補正式の代数方程式の解を効率的に算出するため、３重対角行列解法（ＴＤＭＡ）と緩和法の組み合わせて解く。緩和係数は、非線形方程式を解く場合や、２次元問題にＴＤＭＡとガウス・ザイデル法を組み合わせる場合は、収束解を得るために１以下の値を利用することになる。本計算では、圧力、運動方程式についての緩和係数をすべて0.6にしている。

図に示すような、流れの方向の半径が１０.０ｍ、横断方向の半径が２.０ｍの楕円型計算領域を想定し、上流側流口の幅を０.３ｍ、下流側流口の幅を０.２ｍとし、上流端の流入平均流速が０.２１ｍ/ｓ,流入流量が０.０１６m^2/ｓ下流端の水位が０.０７５ｍのときの流れ場を算定した。

壁面の境界条件は一定速度を与えるSlip条件を用いた。

なお、計算結果については、紙数の関係上、講演時に述べる。

参考文章：１、藤井孝蔵、流体力学の数値計算法、東京大学出版社、ＰＰ１５５～１９３

２、数値流大力学編集委員会、数値流体力学シリーズ１、東京大学出版社、ＰＰ１０２～１０７

３、荒川忠一、数値流体工学、東京大学出版社、ＰＰ１２３～１５５

４、大野豊・磯田和男　監修　新版数値計算ハンドブック　ＰＰ３７９～３８５