

Spline Layer法を用いた厚肉円筒パネルの構造解析について

大同工業大学大学院 学会員 ○ 加藤年宏
大同工業大学工学部 正会員 水澤富作

1. はじめに 構造物の大型化、重量化に伴い荷重の表面载荷の影響、面外せん断変形や3次元的な境界条件の影響が顕著に現れてくるので、これらの影響を厳密に解析上考慮する必要がある。これまでも、弾性理論に基づく有限要素法、境界要素法やRitz法などを用いた研究が行われてきたが、境界条件の仮定の仕方や経済性などに問題がみられる。

本研究では3次元弾性理論に基づくSpline layer法を提案し、等方性、等質な厚肉円筒パネルの応力解析を行い、本手法の適用性とその応力分布特性に与える、半径比、偏平角などの影響について検討している。

2. 解析手法 図-1に示すような曲面Spline layerモデルを導入。Spline layer法では、1方向にB-Spline関数を仮定し、他の2方向に固有関数を仮定し、関数の直交性を利用して3次元問題を1次元問題に低減させた半数値解析法である。式の定式化にあたり、次のような無次元円筒座標系を用いる。

$$\xi = (r - R_i)/t, \quad \eta = y/L, \quad \zeta = \theta/\phi \dots (1)$$

ここで、 $t = R_i(\delta - 1)$ 、 $\delta = R_o/R_i$ 、 t は円筒パネルの厚さ、 L は η の初長、 ϕ は偏平角であり、また R_i と R_o はそれぞれ円筒 η の初の内径と外径を示す。各曲面レイヤー要素で仮定される ξ, η, ζ 方向の変位関数 U, V, W は次式(2)で与えられる。

$$U = \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^s \left\{ \sum_{k=1}^{iz} A_{n,k} N_{n,k}(\xi) \right\} X_m(\zeta) Y_n(\eta) \quad V = \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^s \left\{ \sum_{k=1}^{iz} B_{n,k} N_{n,k}(\xi) \right\} X_m(\zeta) \bar{Y}_n(\eta) \quad W = \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^s \left\{ \sum_{k=1}^{iz} C_{n,k} N_{n,k}(\xi) \right\} \bar{X}_m(\zeta) Y_n(\eta) \dots (2)$$

ただし、 $X_m(\zeta) = \sin(\iota \pi \zeta)$ 、 $\bar{X}_m(\zeta) = \cos(\iota \pi \zeta)$ 、 $Y_n(\zeta) = \sin(\iota \pi \zeta)$ 、 $\bar{Y}_n(\zeta) = \cos(\iota \pi \zeta)$ であり、 $N_{n,k}(\xi)$ は、正規化されたB-Spline関数であり、 $iz = k - 1 + Mr$ 、 $k - 1$ はSpline次数、 Mr は r 方向のレイヤー要素の分割数である。また弾性理論で表される円筒 η の変位とひずみの関係式と等方性等質材料の弾性マトリックスは、それぞれ次式で表される。ただし、 $D_0 = E(1 - \nu)/(1 + \nu)/(1 - 2\nu)$ 、 $D_1 = \nu/(1 - \nu)$ 、 $D_2 = (1 - 2\nu)/2(1 - \nu)$ である。

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_y \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{ry} \\ \gamma_{\theta r} \\ \gamma_{y\theta} \end{Bmatrix} = (1/t) \begin{Bmatrix} \partial U / \partial \xi \\ (t/L)(\partial V / \partial \eta) \\ \{U/(\xi + R_i/t) + [1/(\xi + R_i/t)](1/\phi) \partial W / \partial \zeta\} \\ \partial V / \partial \xi + (t/L) \partial U / \partial \eta \\ \partial W / \partial \xi - W/(\xi + R_i/t) + [1/(\xi + R_i/t)](1/\phi) \partial U / \partial \zeta \\ \{1/(\xi + R_i/t)(1/\phi)(\partial V / \partial \zeta) + (t/L)(\partial W / \partial \eta)\} \end{Bmatrix} \dots (3)$$

$$[D] = D_0 \begin{bmatrix} 1 & D_1 & D_1 & 0 & 0 & 0 \\ D_1 & 1 & D_1 & 0 & 0 & 0 \\ D_1 & D_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_2 \end{bmatrix} \dots (4)$$

したがって、等厚、等方性な円筒パネルのひずみ ϵ 、外力ポテンシャル V 、運動エネルギー T がもとめられ、この円筒 η の全ポテンシャルエネルギー Π は $\Pi = U_p - V - T$ で与えられるので、ポテンシャルエネルギー最小の原理および、固有関数の直交性により式(5)で与えられる基礎方程式が導かれる。ここで、 $[K]_{mnn}$ は剛性マトリックス、 $[M]_{mnn}$ は質量マトリックスで $\{F\}_{nn}$ は荷重ベクトルである。また式(5)の $[M]_{mnn}$ を無視すれば応力解析ができ、荷重ベクトルのみをはずせば振動解析ができる。

$$\sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^s ([K]_{mnn} \{\Delta\}_{nn} - \omega^2 [M]_{mnn} \{\Delta\}_{nn} - \{F\}_{nn}) = 0 \dots (5)$$

3. 数値計算例および考察 ここでは、等分布外圧力を受ける周辺単純支持された等方性、等質な厚肉円筒

パネルの厚さ方向の応力分布特性について検討している。表-1には、本手法の解の収束性と精度比較が示してある。ここで、扁平角、 $\phi=45^\circ$ 、シェル長比、 $L/Ri=1.0$ とし、半径比、 δ は1.1と1.4、レイヤー要素の分割数、 M_r を4から12、スプライン次数、 $k-1$ は2から4に変化させている。また比較のためにSpline Prism法¹⁾による値も示してある。これより、スプライン次数を高めれば少ない要素分割数でも精度の良い結果が得られる。図-1 a), b), c)には、厚肉円筒パネルの中央($\eta=\xi=0.5$)における厚さ方向の応力 σ_r 、円筒軸方向の応力 σ_y と円弧方向の応力 σ_θ の厚さ方向の応力分布性状に与える、半径比 δ の影響が示されている。ここで、 $\delta=1.1\sim 2.0$ に変化させている。これより、 σ_r の応力分布から本手法が力学的境界条件を満足しているのが分かる。また σ_y 、 σ_θ の応力分布より、 δ が1.2より大きくなると応力分布が非線形になり、荷重の表面荷重の影響から非対称な分布を示している。 δ が1.2以下の場合には、シェル厚比が小さいので、ほぼ直線分布を示している。図-2 a), b)は、厚肉円筒パネルの中央($\eta=\xi=0.5$)における応力 σ_y と σ_θ の厚さ方

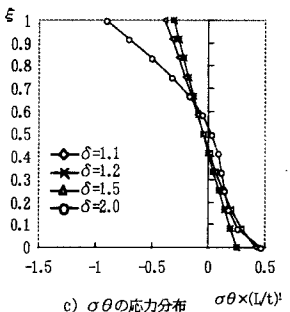
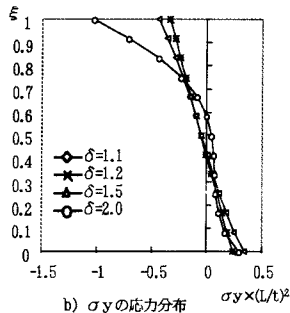
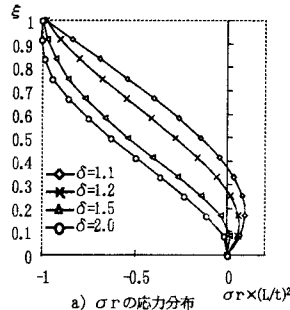


図-2 厚肉円筒パネルの厚さ方向の応力分布特性に与える、 δ の影響； $\phi=45^\circ$ ， $B/L=1.0$ ， $\nu=0.3$

表-1 本手法の解の収束性に与える要素の分割数、スプライン次数の影響、および精度比較。； $\phi=45^\circ$ ， $L/Ri=1.0$ ， $\nu=0.3$

δ (R_0/Z_0)	M_r	$k-1$	U ($\sigma_r/2t$)	σ_θ (qR)	σ_y (qR)	σ_r (qR)
1.1	4	2	-2.824	2.413	1.923	0.1274
		3	-2.825	2.365	1.877	0.0181
	8	2	-2.825	2.374	1.885	0.0367
		3	-2.825	2.359	1.870	0.0021
	12	2	-2.825	2.365	1.877	0.0170
		3	-2.825	2.358	1.870	0.0006
*Spline 3次法			-2.825	2.358	1.869	0.0004
1.4	4	2	-261.5	18.13	11.21	0.10346
		3	-261.5	18.09	11.17	0.00546
	8	2	-261.5	18.10	11.18	0.02738
		3	-261.5	18.09	11.17	0.00068
	12	2	-261.5	18.09	11.18	0.01238
		3	-261.5	18.09	11.17	0.00017
*Spline 3次法			-261.5	18.09	11.17	0.00017

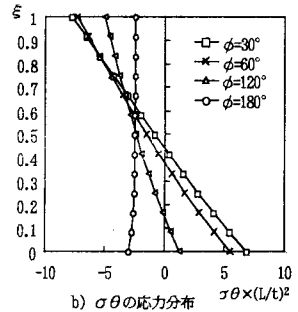
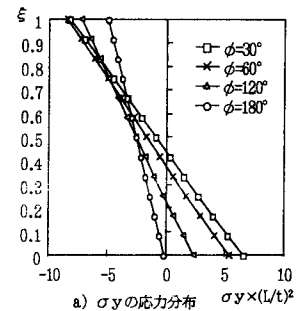


図-3 厚肉円筒パネルの厚さ方向の応力分布特性に与える、 ϕ の影響； $\delta=1.2$ ， $B/L=1.0$ ， $\nu=0.3$

4.あとかき 得られた結果をまとめると以下ようになる。1)スプライン次数を高めることにより、少ない要素分割数でも良い収束性が得られ、また精度の良い結果が得られた。2)厚肉円筒パネルの応力分布性状は半径、 δ 、すなわちシェル厚比の増大に伴い、非線形で非対称な分布を示す。3)厚肉円筒パネルの応力分布性状に与える扁平角、 ϕ の影響は非常に顕著にみられ、 ϕ の増大に伴い、ディープなシェルとなるので面内応力が卓越してくる。4)本手法を振動解析に適用する場合、曲げを伴う振動モードでは厳密解と一致した結果を得ている。

参考文献 1)加藤年宏、水澤富作：Spline prism法を用いた厚肉円筒パネルの応力解析，平成7年度土木学会年次学術講演会講演概要集，I-97，1995 9。 2)高木信治、水澤富作：スプラインレイヤー法を用いた長方形厚板の振動解析について，平成4年度土木学会中部支部研究発表会講演概要集，I-23，1993 3。