

高速多重極法を適用した渦膜法による 2次元流中の剛体の振動解析

福井大学大学院 学生員 ○ 土居野 優
福井大学工学部 正会員 福井 卓雄

1 はじめに

高速多重極法を応用した渦膜法を用いて、流れの中の物体の挙動を解析する手法について述べる。渦膜法について簡単に説明し、最後に、流れの中にバネで支えられた正方形柱の振動解析例を挙げる。

2 境界積分方程式

2次元無限領域中に物体が存在し、その物体から渦膜が発生しているときの流れの場について考える [1]。流体は非圧縮であり、渦度は物体から発生する渦膜上にだけ分布すると仮定する。流れ成分 ψ は領域 D の内部で

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{x}) = & \int_{\Gamma} G(\mathbf{x}; \mathbf{y}) \gamma(\mathbf{y}) ds(\mathbf{y}) \\ & + \int_{\partial D} G(\mathbf{x}; \mathbf{y}) \frac{\partial \psi}{\partial n}(\mathbf{y}) ds(\mathbf{y}) \\ & - \int_{\partial D} \frac{\partial G(\mathbf{x}; \mathbf{y})}{\partial n(\mathbf{y})} (-\psi_0(\mathbf{y}) + \psi_M(\mathbf{y}) + c) ds(\mathbf{y}) \quad (1) \end{aligned}$$

で与えられる。ここに、 ψ_0 は外部で与えられた流れ、 ψ は物体が存在することによる流れの補正分と物体から発生する渦膜の存在による流れの補正分との和である。また、 $\psi_M = -(\mathbf{x} \times \dot{\mathbf{X}}) \cdot \mathbf{k} - \frac{|\mathbf{x}|^2}{2} \dot{\theta}$ は剛体の運動の流れ関数による表現、 γ は渦密度を表す。また、 G は対数ポテンシャルの核である。右辺第一項の積分が渦膜の流れへの寄与を表している。境界条件に含まれる未定定数 c は Kelvin の循環定理

$$\int_{\partial D} \frac{\partial \psi}{\partial n} ds = - \int_{\Gamma} \gamma ds \quad (2)$$

を用いて決定できる。右辺は渦膜 Γ 上の渦度の総和である。

渦膜法により流れを数値解析するためには、上式 (1)(2) を離散化して境界要素法の手法により解く。

3 高速多重極法の適用

従来までの渦膜法では、渦膜移動速度の計算を直接法によって行っていたために、渦の要素数を N とすると、計算過程の進行とともに渦膜要素数が幾何学的に増加し、この計算に要する計算量はほぼ $O(N^2)$ となる。その結果、解析が進むほど次のステップの渦膜を決定するための計算量は増加し、結局は解析の続行が不可能なくらいの計算量となってしまう。このため、剛体の運動が定常に至るまでの長期間の解析が困難であり、他の数値解析の結果や実験結果との比較も困難であった。

そこで、文献 [2] と同様に、最も計算量の多くなる速度場

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \sum_k \nabla \times A_k(\mathbf{x}) \gamma_k \mathbf{k}$$

の計算に N 体問題のシミュレーションに使われている高速多重極法 [3] を適用して、この部分の計算を高速化した。これにより、渦膜要素間の計算量を $O(N)$ に抑えることが可能となり、計算が著しく高速化された。計算を開始してから物体が定常に振動するに至るまでの長期間の計算が、高速多重極法の採用により可能となった。

4 流れの中の正方形柱の振動解析

剛体の振動解析の一例として、正方形柱の解析結果を示す。一辺の長さが L の正方形柱がその辺をながれと平行におかれている。境界要素の大きさは正方形柱の一辺の 10 分の 1 である。流れは出発流とし、基準流速 V_0 に対し基準時間を $T_0 = L/V_0$ としている。 $\Delta t = T_0/4$ 、また、Reynolds 数は $Re = 182$ として粘性の効果を考慮した。

表-1に、この計算で得られた Strouhal 数と抗力係数とを実験結果 [4](静止物体)と比較して示す。抗力係数の計算値は、物体が安定しはじめる

図-1 $Re = 182$, $\Delta t = T_0/4$, $K/M = 10$, $K_R/I_R = 60$ 表-1 Computed S_t and C_d of the flow around a square body

	Present Cal.	Exp.(Ref.[4])
Strouhal 数	0.11	0.12
抗力係数	0.81	2.10

$t = 40T_0 \sim t = 70T_0$ の値の平均値をとっている。 S_t はほぼ一致した値を示しているが、 C_d は実験値より極端に小さい値となっている。

図-1は各時刻における渦膜分布図を表す。前方剥離点から発生した渦が時間の経過に伴い、流れによって流下し、Kármán 渦列を形成している。

図-2に物体力と変位の経時変化を示す。 x 軸方向の振動がしばらく続いたのちに θ 方向の振動が発生しはじめ、続いて y 軸方向の振動がかなり遅れて始まるのが、物体の位置の経時変化図からうかがえる。

5 おわりに

高速多重極法を適用した渦膜法を用いて 2 次元非定常流中の正方形柱の振動解析を行なった。

渦膜法によって得られる数値解は Kármán 渦列をもつ流れの場をよく表現している。また、剛体の振動がほぼ安定するまでの期間の解析が実行され、物体の振動の性状を良くとらえている今回の結果から、高速多重極法を導入した効果が明らかであるとともに、流体中におかれた物体の挙動の解析に本解法が有効であることが示された。

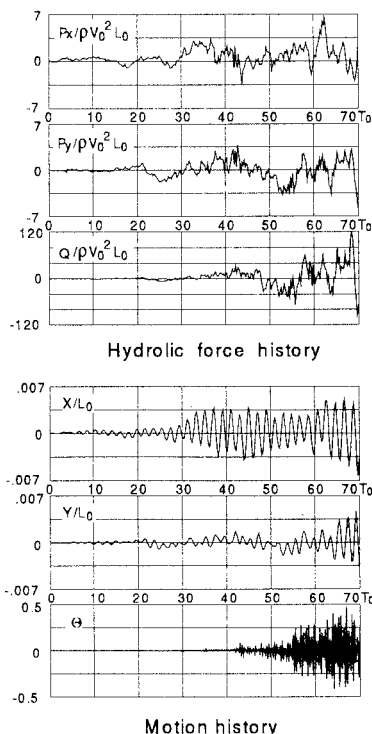
参考文献

- [1] 登坂 宣好, 矢川 元基: 計算力学 [III] — 計算力学と境界要素法—, 渦膜法による角柱群のまわりの流れの解析, (1992) 養賢堂, pp. 201-216.

- [2] 福井卓雄, 土居野優: 渦膜法における高速多重極法の応用, BEM・テクノロジー・コンファレンス論文集, 6 (1996) pp.45-50.

- [3] L. Greengard and Rokhlin, V.: A fast algorithm for particle simulation, *Journal of Computational Physics*, 73 (1987) pp. 325-348.

- [4] 大屋他: 構造物の耐風性に関するシンポジウム講演論文集, (1977) pp. 169.

図-2 $K/M = 10$, $K_R/I_R = 60$