

コンクリート床版の熱応力問題に関する数値解析及び実験

信州大学 ○学生員 名取 弘晃 正会員 石川 清志 正会員 吉澤 孝和
土屋工業(株) 坂田 隆 土屋工業(株) 吉澤 士

1.はじめに 本研究は冷暖房一体型床版を非定常一次元熱応力問題として解析する。そして温水パイプによる内部線熱源から受ける床版内部の温度変化、ならびにそれによる床版の変形、熱応力分布を明らかにする。解析理論の妥当性を検証するため実験モデルを使って変形、温度などを測定して比較する。

2.温度場 厚さ h の二つの境界平面 $z = -h/2, z = h/2$ で切り取られる床版を考える。この床版の内部に熱源があり、表面温度が時間と共に変化する場合の熱伝導問題について床版内の任意点に生じる温度変化を調べる。この問題には変数分離を応用する固有関数解析を適用する。これにより厚さ方向の変化のみに注目した非定常一次元熱伝導問題となる。よって、線熱源である温水パイプの埋設位置による、厚さ方向の温度分布を求めることができる。

いま、温度を T とし、分布熱源 Q 、熱伝導率 k 、比熱 c 、質量密度 ρ 、時間 t としたときの内部熱源を有する熱伝導方程式は次の非同次方程式で表される。

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + Q = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

板の表面境界では熱流出を考慮し境界条件を次式で与える。

$$\begin{aligned} z = -\frac{h}{2} : k \frac{\partial T}{\partial z} &= -r[\bar{T}_0(t) - T], \\ z = \frac{h}{2} : k \frac{\partial T}{\partial z} &= r[\bar{T}_0(t) - T] \end{aligned} \quad (2)$$

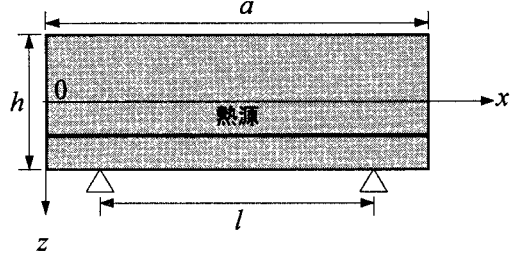


図1: 一次元問題とした場合の棒あるいは梁

ここで、 $\bar{T}_0$ は外部媒体温度、 r は熱伝達係数である。さらに、初期条件を次式で与える。

$$t = 0 : T = 0 \quad (3)$$

3.応力場 温度場が既知になると応力場を明らかにすることができる。一次元熱応力問題として、床版は水平(x)方向に長く、これに直交する断面積が小さいものとする。床版の問題を細長い棒、あるいは梁の熱応力問題に置き換える。ただし、棒の伸びによる縦方向変位と梁の曲げたわみは連成せず、それぞれ別の解析となる。弾性論によれば、棒の軸力 F 、あるいは梁の曲げモーメント M は次式で定義される。

$$F = b \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} dz, \quad M = b \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_{xx} dz, \quad \sigma_{xx} = E \left(\frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \alpha T \right) \quad (4)$$

ただし、 σ_{xx} は温度変化を受ける直応力、 u は棒の縦方向変位、 w は梁の曲げたわみ、 E は弾性係数、 b は矩形断面の幅、 α は線膨張係数である。温度 T が (z, t) の関数であるから、 F, M は

$$F = EA \frac{\partial u}{\partial x} - F_T, \quad M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - M_T \quad (5)$$

となる。ここで、

$$F_T = \alpha E b \int_{-h/2}^{h/2} T(z, t) dz, \quad M_T = \alpha E b \int_{-h/2}^{h/2} z T(z, t) dz \quad (6)$$

なお、 $A = bh$ は断面積、 I は断面二次モーメントである。

棒の長さを a とすれば、棒の縦方向変位の微分方程式は

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (7)$$

で表される。棒の境界条件には次のように左端($x = 0$)固定、右端($x = a$)自由を与える。

$$x=0: u=0, \quad x=a: F=0 \quad (8)$$

一方、梁の曲げたわみの支配微分方程式は次式となる。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0 \quad (9)$$

梁の支間長を l とし、その両端は単純支持とする。この場合の境界条件は次式で与えられる。

$$x=0: w=0, M=0, \quad x=l: w=0, M=0 \quad (10)$$

4. 実験値と理論値との比較

図1のように温水パイプが深さ $z=h/4$ の位置にあり、 x 方向に横たわるコンクリートテストビームを製作した。これを長時間にわたり温水を循環させて一定温度で加熱を行い、時間経過に伴う内部温度、一次元棒の問題とした自由端の縦方向変位、梁の中央点の曲げたわみを測定した。ここでは、測定で得られた実験値と計算から得られた理論値とを比較する。

図2は任意点 x における梁の深さ方向の3点 $z=-h/2$ (表面)、 $-h/4$ (4等分点)、 0 (中心点) での内部温度の時間変化を比較したものである。温水パイプによる一定温度を与えた結果、温度は初期のゼロから立ち上がり指数曲線的な形で上昇する。そして長時間経過ではその変動量が徐々に小さくなり一定な温度状態に移行するかたちとなる。熱源に近い $z=0$ では実験値と理論値とで最大 5°C 程度の差が見られるが、熱源から離れた $z=-h/2, -h/4$ ではほぼ一致している。

図3は棒の自由端 ($x=l$) における縦変位を比較したものである。その応答は温度と同じ指数曲線的な形態となる。実験値と理論値とでおよそ8時間経過時点で最大 0.05 mm の差がみられる。

図4は梁の中央点 ($x=l/2$)

における曲げたわみを比較したものである。この場合は温度や縦変位に比べて、ゼロからの立ち上がりが急であるが、およそ4時間経過後からは緩やかな応答になる。実験値と理論値とを比べて最大 0.05 mm の差となって現れている。

5. まとめ

線熱源の埋設位置による床版の厚さ方向の温度変化に注目し、床版をその内部温度に依存する棒または梁の問題に置き換えて非定常一次元熱応力問題を明らかにした。理論の妥当性を検証するため、実験値と理論値とを比較した結果、極端な差が見られずほぼ一致しているという結果が得られた。

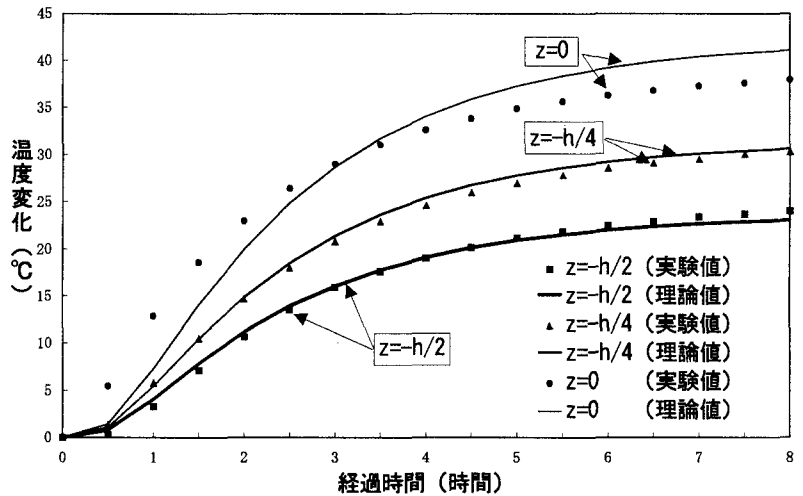


図2：実験値と理論値の比較（温度変化）

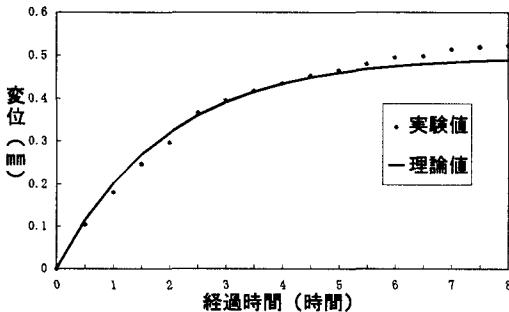


図3：実験値と理論値との比較（縦変位）

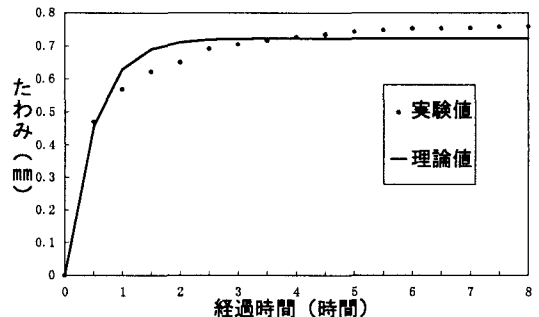


図4：実験値と理論値との比較（曲げたわみ）