

二次元線形化逆解析による欠陥像の再構成手法

東海大学 大学院 学生員 横井 浩司
東海大学 海洋学部 正 員 北原 道弘
岡山大学 環境理工学部 正 員 廣瀬 壮一

1. はじめに

超音波を利用して、構造材料内部に存在する欠陥形状の再構成を行うことを目的とする。欠陥による散乱波の積分表現に2種類の近似を導入し、この積分表現を散乱波の形状を表す特性関数のフーリエ変換像と相似な形に変換することにより、散乱波計測から散乱体の形状を再構成する手法を考える。さらに、この手法に関するモデル実験を行いその妥当性を検証する。

2. 弾性散乱場の積分表現

領域 D 内に欠陥 D^c が存在する場合を考える。図1において、 $\mathbf{u}^0$ は入射波、 S は欠陥の境界、 $\mathbf{n}$ は境界上の単位法線ベクトルである。このとき、領域 D 内の点 $\mathbf{y}$ における散乱波 $u_m^{sc} (= u_m - u_m^0)$ は次のように積分形で表現できる。

$$u_m^{sc}(\mathbf{y}) = \int_D G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) q_i(\mathbf{x}) dV \quad (1)$$

ここで、 $G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は無限弾性体内のグリーン関数である。 $q_i(\mathbf{x})$ は、等価散乱源で、欠陥形状に関する情報を含んでいる。この等価散乱源は、領域型と境界型のどちらでも定式化が可能であり、それぞれの具体的な形は次のようになる。

$$q_i(\mathbf{x}) = \Gamma(\mathbf{x}) \{ \delta \rho \omega^2 u_i(\mathbf{x}) - \delta C_{ijkl} u_{k,l}(\mathbf{x}) \partial / \partial x_j \} \quad (2)$$

$$q_i(\mathbf{x}) = -\gamma(\mathbf{x}) C_{ijkl} \{ n_j(\mathbf{x}) u_{k,l}(\mathbf{x}) - n_l(\mathbf{x}) u_k(\mathbf{x}) \partial / \partial x_j \} \quad (3)$$

式(2)における Γ は、散乱体 D^c の内部においてのみ値を有する特性関数であり、式(3)における γ は、散乱体の境界 S 上においてのみ値を有する特異関数である[1]。

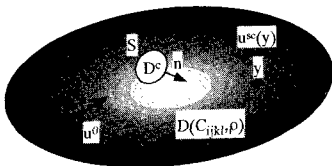


図1 入射波 $\mathbf{u}^0$ と欠陥 D^c

3. 散乱場の遠方表現

式(1)において、波動の観測点 $\mathbf{y}$ が遠方に位置するとき、式(1)の表現は縦波成分と横波成分に分離することができる。波動計測上、縦波を計測することにして、式(1)の遠方表現のうち縦波成分は次のようになる。

$$u_m^{sc, far}(\mathbf{y}) = \sqrt{\frac{2}{\pi k_L |\mathbf{y}|}} e^{i(k_L |\mathbf{y}| - \pi/4)} A_m(\hat{\mathbf{y}}) \quad (4)$$

ここで A_m は次のような縦波の散乱振幅である。

$$A_m(\hat{\mathbf{y}}) = \frac{i}{4\mu} \kappa^2 \hat{y}_i \hat{y}_m \int_D q_i(\mathbf{x}) e^{-ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} dV \quad (5)$$

ここで、 $\kappa = k_L / k_T$ とした。

4. 欠陥像の再構成手法

欠陥への入射波を次のような平面縦波と仮定する。

$$\mathbf{u}^0(\mathbf{x}) = u^0 \hat{\mathbf{d}}^0 e^{ik^0 \hat{\mathbf{p}}^0 \cdot \mathbf{x}} \quad (6)$$

ここで、 u^0 は振幅、 $\hat{\mathbf{d}}^0$ は変位の偏向方向を表す単位ベクトル、 k^0 は入射波の波数、 $\hat{\mathbf{p}}^0$ は入射波の進行方向を表す単位ベクトルである。パルスエコー法に対応した縦波入射の場合、 $k^0 = k_L$ 、 $\hat{\mathbf{d}}^0 = \hat{\mathbf{p}}^0 = -\hat{\mathbf{y}}$ となる。

4.1 ボルン再構成

式(5)の等価散乱源 $q_i(\mathbf{x})$ の表現に領域型の式(2)を採用し、変位にはボルン近似を導入する。即ち、変位場 u_i を入射波 u_i^0 で置き換える。このとき、式(5)は次のようになる。

$$A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) = \frac{i u^0 \hat{y}_m k_L^2}{2} \int_D \Gamma(\mathbf{x}) e^{-2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} dV \quad (7)$$

上式右辺の体積分は、 $\mathbf{K} = 2k_L \hat{\mathbf{y}}$ としたとき、特性関数 Γ の $\mathbf{K}$ -空間におけるフーリエ変換 $\tilde{\Gamma}(\mathbf{K})|_{\mathbf{K}=2k_L \hat{\mathbf{y}}}$ と見ることができる。このとき、特性関数 $\Gamma(\mathbf{x})$ は逆フーリエ変換により次のように求められる。

$$\Gamma(\mathbf{x}) = -\frac{2i}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{\hat{y}_m}{u^0 k_L^2} \times A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) e^{2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} k_L dk_L d\hat{\mathbf{y}} \quad (8)$$

4.2 キルヒホフ再構成

等価散乱源 $q_i(\mathbf{x})$ の表現に境界型の式(3)を採用し、境界上の変位場にはキルヒホフ近似を導入する。即ち、変位場を入射波と反射波 (L, T) の和で置き換える。このとき、式(5)は次のようになる。

$$A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) \propto \frac{-u^0 \hat{y}_m k_L}{2} \int_D \gamma_H(\mathbf{x}) e^{-2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} dV \quad (9)$$

ボルン近似の場合と同様に $\mathbf{K} = 2k_L \hat{\mathbf{y}}$ とすると、上式の右辺は特異関数のフーリエ変換 $\tilde{\gamma}_H$ と見なすことができる。よって、特異関数 γ_H は次のように逆フーリエ変換により再構成できる。

$$\gamma_H(\mathbf{x}) = -\frac{2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{\hat{y}_m}{u^0 k_L} \times A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) e^{2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} k_L dk_L d\hat{\mathbf{y}} \quad (10)$$

5. 欠陥像の再構成に関するモデル実験

超音波を用いたモデル実験を行い、前述した欠陥像の再構成手法の妥当性を検証する。

これまでに述べた理論は弾性体内における定式化である。よって、理論を適用するためには計測波形のデータ処理が必要になる。

5.1 実験装置

ここでは図2に示すような実験装置を用いてパルスエコー法で実験を行った。トランスデューサーは、公称中心周波数が2MHzの広帯域型を用いた。供試体として、図3に示すような円柱形のアルミニウムの中心に直径10mmの円柱形の空洞を空けたものを用いた。

実験の際には供試体を回転させて、波動の入射方向を変化させた。また、供試体の空洞は水が入らないように空洞の両側をビニールテープで塞いである。

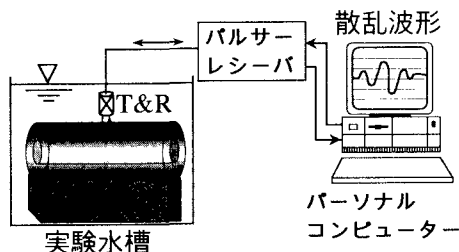


図2 実験装置

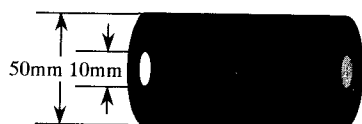
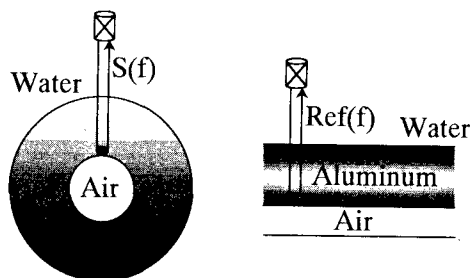


図3 モデル実験に用いた供試体

5.2 データ処理

図4に示すように、アルミニウム内に存在する空洞からの散乱波を $S(f)$ とする。ここで $S(f)$ は実際に計測された時間域の散乱波形をFFTにより周波数域に変換した波形である。図4(b)に示すように、ここではアルミニウム平板の底面からの反射波を参照波として選定した。このとき、欠陥像の再構成表現式(8)と(10)におけるトランスデューサー方向の散乱振幅 $A(f) = \hat{y}_m A_m$ は次のように書ける。

$$A(f) = \frac{S(f)}{Ref(f)} \quad (11)$$



(a) 空洞からの散乱波 (b) 参照波
図4 計測散乱波 $S(f)$ と参照波 $Ref(f)$

6. 計測波形による再構成結果

図5に実験による円形空洞の再構成結果を示す。式(11)に示した波形処理において、トランスデューサーの帯域を考慮し、ここでは周波数帯域を1~3MHzの範囲で行った。図5(a)がボルン再構成、図5(b)がキルヒホフ再構成に基づいた結果である。ボルン再構成法では空洞の内部を、キルヒホフ再構成法では、空洞の境界を再現していることが分かる。

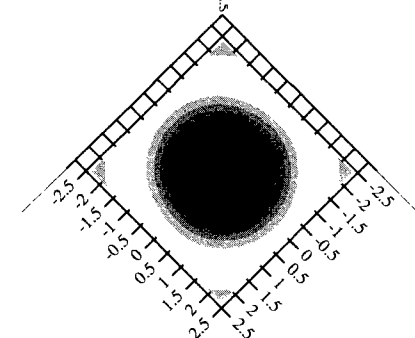
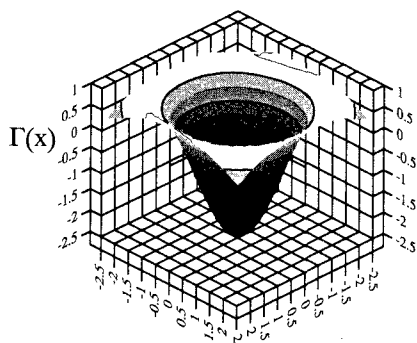


図5 (a) ボルン再構成による特性関数 Γ

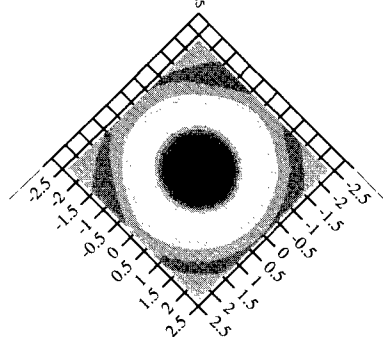
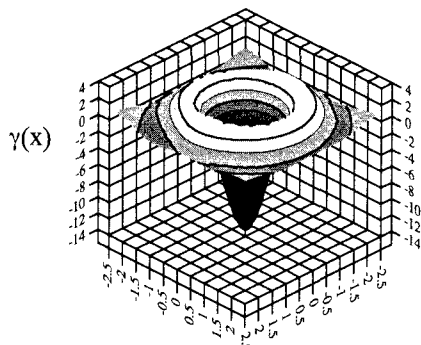


図5 (b) キルヒホフ再構成による特異関数 γ

参考文献

- [1] 横井, 北原, 廣瀬, 「超音波逆解析手法の検討」, 土木学会中部支部研究発表会講演概要集, pp.25-26, 1996.3