連結橋梁における半無限境界の定式化

名古屋大学　工学部　学生会員　竹田　浩
名古屋大学　工学部　学生会員　三輪　健治
名古屋大学　工学部　正会員　　田邊　忠顕

1. 序

平成7年1月17日の阪神大震災では、鉄筋コンクリート構造物に倒壊を含む多くの被害が生じた。本研究はRC高架橋を対象として振動解析を行う場合の、RC構造自身に対する半無限境界の設定法を検討したものであり、J.Lysmerらによって提唱されたtransmitting boundaryの手法[1]の取り扱いについての理論的検討を行う。

2. 構築モデルに関する定式化

構造物が存在する地盤の領域は、波動的に乱された領域となるので、不規則領域Iとし、この左右に、乱されない規則領域LとRを図1のように考える。そして、解析対象となる不規則領域Iでの地盤－構造物を図2のように有限要素法に基づいて細分化する。節点変位を$\{\delta\}_I=\{u\}_I\exp(iwt)$、節点外力を$\{Q\}_I=\{P\}_I\exp(iwt)$とおくと、不規則領域$I$における地盤－構造物の運動方程式は、一般に次式で表される。

$$\left([K]-\omega^2[M]\right)\{u\}_I=\{P\}_I \qquad (1)$$

ここで、$[M]$は質量マトリックス、$[K]$は剛性マトリックス、ωは調和振動の角振動数である。ただし、ここではまだ、$\{P\}_I$の中に規則領域の境界条件は与えていない。

次に、規則領域における境界条件を考える。地盤では隣り合う微小要素での節点変位は、図3のように書ける。また連続したラーメン構造を取り扱うために、本研究ではラーメンの桁中央で$M=0$となると仮定し、その点を境界として外部規則領域と接続した。そして、図4のように実構造物を2次元均質連続体にせん断力、軸力を受けたときの変位が等しくなるようにモデル化した。そして、このことを考慮した上でのRayleigh波の地盤－構造物の運動方程式は、次式で表される[2]。

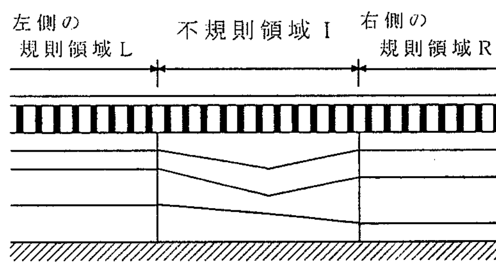

図1　不規則領域Iと規則領域L,R

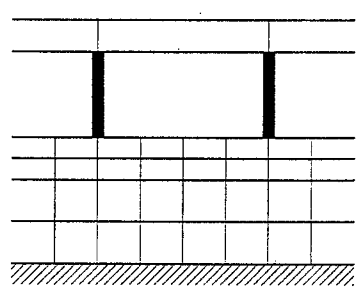
図2　解析モデル図

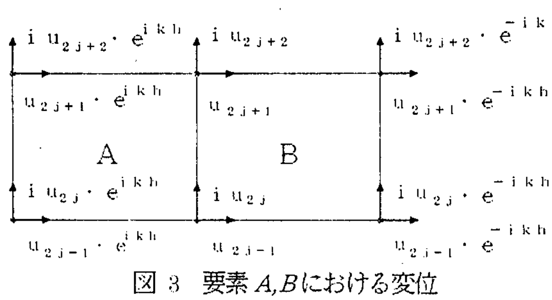

図3　要素A,Bにおける変位

$$\left([A]k^2 + i[B]k + [G] - \omega^2[M]\right)\{v\} = \{0\} \quad (2)$$

ここで、kは波数であり、$[A],[B],[G]$は、それぞれ剛性マトリックス$[K]$の各成分を表したものである。

$[C]=[G]-\omega^2[M]$と定義すれば式（２）は次のように書ける。

$$\left|[A]k^2 + i[B]k + [C]\right| = 0 \quad (3)$$

式（３）は複素固有値問題となり波数の固有値k_Sとそれに対応する複素固有ベクトル$\{v\}_S$を求める。$-k_S$もまた固有値であり、固有ベクトル$\{\tilde{v}\}_S$は、$\{\tilde{v}\}_S^T = \{-v_1\ v_2\ -v_3\ v_4 \cdots -v_{2n-1}\ v_{2n}\}$である。これは、$\{v\}_S$ベクトルの水平成分の符号を逆にしたもので、水平成分の正負に同じ波形が伝播することを示している。

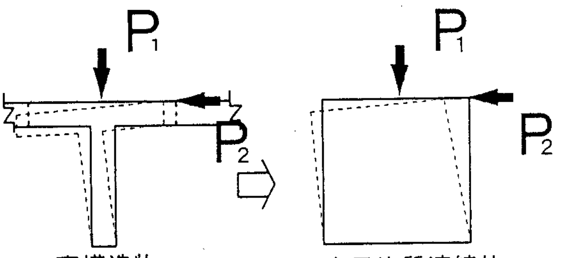

図４　規則領域におけるモデル化

この複素固有ベクトル$\{v\}_S$を用いて表したひずみを用いて、構造物では平面応力状態、地盤では平面ひずみ状態と仮定し、層内の応力を求める。さらに、この応力を節点力に変換すると以下の式のようになる。

$$\{P\}_j = \left(ik_S[F]_j + [D]_j\right)\{v\}_j \quad (4)$$

ここで、$[F]$、$[D]$はマトリックスを各成分に分けて表したものである。

したがって、S次モードで正規化された全体系の節点力は、式（４）を重ね合わせることによって次のように書ける。

$$\{P\}_S = \left(ik_S[F]+[D]\right)\{u\}_S = [R]_S\{v\}_S \quad (5)$$

これを用いて、規則領域Rにおける境界面で、右方向に波が伝播する時の境界条件式は、各モードを重ね合わせることによって次のように書ける。

$$\{P\}^R = [R]\{u\}^R \quad (6)$$

ここで$[R]=i[F][V][\bar{K}][V]^{-1}+[D]$であり、$[V]$は各固有値の固有ベクトル$\{v\}_S$を行ベクトルとして含む。また、$[\bar{K}]$は各固有値から求まるマトリックスである。

同様に、規則領域Lにおける境界条件式は以下のように書ける。

$$\{P\}^L = [L]\{u\}^L \quad (7)$$

ここで、$[L]$は$[R]$と同じであるが、添え字の和が奇数のときは係数の符号を変える必要がある。

したがって、全体系の運動方程式は、基盤面での加速度入力も考慮すると次のようになる。

$$\begin{aligned}&\left([K]_I - \omega^2[M]_I + [L]_L + [R]_R\right)\{u\}_I \\ &\quad = \{P\}_I - [M]_I\{a^*\} + \left([L]_L + [D]_L^R\right)\{u\}_L + \left([D]_L^R + [R]_R\right)\{u\}_R \quad (8)\end{aligned}$$

ただし、$\{u\}_I$は、相対変位である。

発表時には、解析結果をもとに、この定式化の妥当性を報告する予定である。

参考文献

1)　J.Lysmer and Gunter Waas :SHEAR WAVES IN PLANE INFINITE STRUCTURES
2)　川本眺万・林正夫：地盤工学における有限要素解析