界面の亀裂を考慮した結晶質岩の均質化解析

名古屋大学大学院工学研究科　学生　○和仁　雅明
名古屋大学大学院工学研究科　学生員　王　建国
名古屋大学工学部　正会員　市川　康明

1. はじめに

岩石の長期的挙動は、それを構成している鉱物結晶の‘転位’や結晶界面の‘すべり’といったミクロな要因に支配されるといわれている。そこで、このようなミクロな構造を反映した材料定数を求め、その上でマクロな挙動をモデル化すれば、その物理的意味を説明できるものと考えられる。ここでは、岩石を粘弾性体と仮定し、特に結晶界面のすべりに着目した異方的な時間依存性問題を均質化法[1]という数学理論を用いてモデル化する。

2. 粘弾性体の均質化法

均質化法はミクロレベルで非均質な構造が周期的かつ規則的に配列された物体に対して、その構造を反映したマクロレベルの材料定数を求め、さらにマクロな解析解からミクロな‘応力分布’を求めることができる理論である。

粘弾性問題はLaplace 空間において弾性問題に対応している。ここでは、Laplace空間について均質化法を導入し、得られたマクロ・ミクロ応力をSchapery の選点法[2]を用いてLaplace逆変換を施し、マクロ・ミクロ応力の時間応答曲線を求める。

<u>支配方程式</u>：$\dfrac{\partial \hat{\sigma}^{\varepsilon}_{ij}}{\partial x_j} + \hat{f}^{\varepsilon}_i = 0 \qquad \text{in} \ \ \Omega^{\varepsilon}$　(1)

<u>構成則</u>：$\hat{\sigma}_{ij}(p) = p(2\hat{G}\hat{\varepsilon}_{ij} + \hat{\lambda}\hat{\varepsilon}_{rs}\delta_{rs}\delta_{ij}) = p\hat{D}_{ijrs}\hat{\varepsilon}_{rs} = \hat{M}_{ijrs}\hat{\varepsilon}_{rs}$　(2)

$$\hat{\lambda}(p) = \hat{K}(p) - \frac{2}{3}\hat{G}(p) \ \ (p : \text{Laplace の変換パラメータ})$$

Laplace 空間における変位$\hat{u}^{\varepsilon}_i(\boldsymbol{x}, p)$ を次のように漸近展開する。

$$\hat{u}^{\varepsilon}_i(\boldsymbol{x}, p) = \hat{u}^0_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, p) + \varepsilon \hat{u}^1_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, p) + \varepsilon^2 \hat{u}^2_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, p) + \cdots \tag{3}$$

ここで、$\hat{u}^{\alpha}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, p) = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} + \boldsymbol{Y}, p)$ は周期Y の関数である。いま、$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}/\varepsilon$ であることに注意し、$\varepsilon \to 0$ とすると、その微分が

$$\frac{d}{dx_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} + \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial y_i} \tag{4}$$

と変換されるので、支配方程式(1) より以下の式を得る。

<u>微視問題 ($O(\varepsilon^{-1})$ 項)</u>：局所系における特性関数を

$$\hat{u}^1_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, p) = -\hat{\chi}^{kl}_i(\boldsymbol{y}, p)\frac{\partial \hat{u}^0_k}{\partial x_l} + C_i(\boldsymbol{x}) \tag{5}$$

と定義すると、ユニットセルにおける微視問題が以下のように得られる。

$$\frac{\partial}{\partial y_j}[D^0_{ijrs}(\boldsymbol{y}) + p\hat{D}^1_{ijrs}(\boldsymbol{y}, p)](\delta_{rk}\delta_{sl} - \frac{\partial \hat{\chi}^{rs}_k}{\partial y_l}) = 0 \tag{6}$$

<u>巨視問題 ($O(\varepsilon^0)$ 項)</u>：ε^0 の項にユニットセルに対する平均化$< \bullet > = \dfrac{1}{|Y|}\displaystyle\int_Y \bullet dy$ を施すとつぎの巨視問題が得られる。

$$\frac{\partial < \hat{\sigma}^1_{ij} >}{\partial x_j} + < \hat{f}_i > = 0 \ ; \ < \hat{\sigma}^1_{ij} > = \hat{M}^h_{ijrs}(\frac{\partial \hat{u}^0_r}{\partial x_s}) \ , \ \hat{M}^h_{ijrs} = \frac{1}{|Y|}\int_Y \hat{M}_{ijrs}[\delta_{rk}\delta_{sl} - \frac{\partial \hat{\chi}^{rs}_k}{\partial y_l}]dy \tag{7}$$

つぎに、Laplace 空間上で得られたマクロな解とミクロな解をShapery の方法によりLaplace 逆変換を施す。Shapery の選点法は厳密解$<\sigma_1(t)>$, $\sigma(t)$ のディリクレ近似解を最小二乗法により求める手法である。そこで、マクロとミクロのディリクレ近似解を以下のように求める。

マクロ $$<\sigma_D(t)>=<S_0>+\sum_{i=1}^{n}<S_i>exp(-\tilde{\gamma}_i t) \qquad S_0:\text{定常応力}\ ,\ S_i:\text{緩和応力係数} \tag{8}$$

ミクロ $$\sigma_D(t)=S_0+\sum_{i=1}^{n}S_i exp(-\gamma_i t) \tag{9}$$

ここで、$\tilde{\gamma}_i$, γ_i は逆変換パラメータであり、線形粘弾性問題では緩和スペクトル[3]により決定する。

3. 数値解析

図-1のような2種類の結晶からなるユニットセル(a)よりなる構造物(b)を考える。ここで材料1は石英型の物性、材料2は長石型の物性をもつものとする。結晶自身の物性は等方とし、結晶界面のすべりを考慮したいくつかのモデルについて異方的な均質化材料定数を求める。

つぎに、図のような均質化した物性値をもつ平板構造物に一様な圧縮ひずみを与えた場合の応力応答を求め、さらに、ユニットセルにおける応力分布を求める。

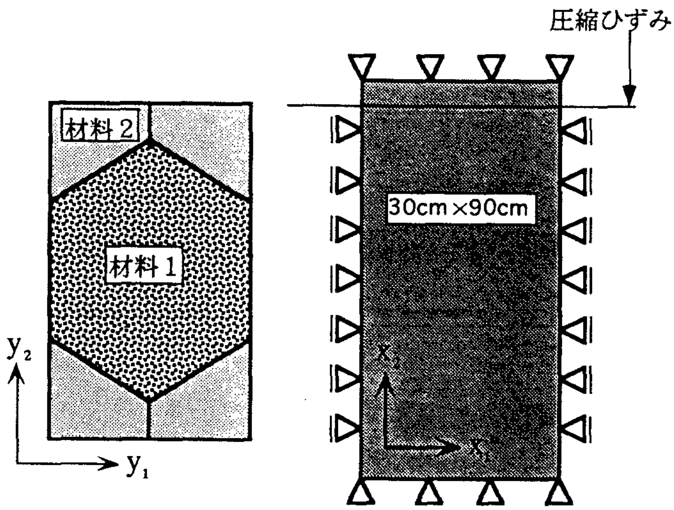
材料1（石英型）

$$E_1(t)=53.76+35.84exp(-0.1t)$$

材料2（長石型）

$$E_2(t)=31.04+20.7exp(-0.05t)$$

(GPa/year)



(a)ユニットセル　(b)全体構造物

図-1 解析モデル

4. まとめ

辻[4]の研究により、粘弾性挙動を示す複合材料に対する均質化解析の手法が確立されたが、今回結晶界面の挙動を考慮したことにより、岩盤の長期的挙動をより詳細に評価することができよう。

参考文献

1) E.Sanchez-Palencia: Non-homogeneous media and vibration theory; Lecture notes in phisics, Springer-Verlag, 1980

2) Shapery,R.A.: Approximate method of transform inversion for viscoelastic stress analysis; Preceeding of the Fourth U.S. National Congress of Applied Mechanics,pp.1095-1085,1961

3) 草間孝志、三井康司、吉田俊弥: 数値ラプラス逆変換による線形粘弾性解析, 土木学会論文報告集第292号,pp41-52,1979年12月

4) 辻浩一: 均質化法による岩盤の粘弾性挙動解析, 修士論文, 名古屋大学,1995年