

異方性海底地盤の波浪応答に対する近似解

金沢大学工学部 正会員 ○由比政年
 金沢大学工学部 正会員 石田 啓
 金沢大学工学部 正会員 矢富盟祥
 福井高専 正会員 廣部英一

1. はじめに

変動波圧を受ける海底地盤の内部では、変動過剰間隙水圧に起因する不安定化が生じる。この変動過剰間隙水圧は、地盤中の間隙水圧変動の伝達に減衰と位相差が生じることから発生するものであり、その特性を知るには、地盤内の間隙水圧の伝達特性を正確に把握することが必須となる。

著者らは、海底地盤がその生成の過程や自重による影響を受け、異方的な性質を持つことに着目し、地盤の力学的パラメータの異方性が間隙水圧の伝達特性に及ぼす影響について検討を進めている。今回、異方性海底地盤の波浪応答に対する精度の良い理論近似解が得られたのでそれについて報告する。

2. 基礎方程式および境界条件

異方性の土粒子骨格の最も簡単な例として、横等方性(水平面内で等方性となる直交異方性)の線型弾性体を考え、 X, Z 面内の平面歪み、微小歪みを仮定する。この時、有効応力 σ と歪み ε の関係は次のように書ける。

$$\sigma_{xx} = \alpha_{xx} \varepsilon_{xx} + \alpha_{zx} \varepsilon_{zz}, \quad \sigma_{zz} = \alpha_{zx} \varepsilon_{xx} + \alpha_{zz} \varepsilon_{zz}, \quad \tau_{zx} = G_{zx} \varepsilon_{zx} \quad \dots\dots (1)$$

ただし、 E_x, E_z : X, Z 方向のヤング係数、 ν_{xx}, ν_{zx} : 水平-水平および鉛直-水平方向のポアソン比として、

$$\alpha_{xx} = E_z N (1 - \nu_{zx}^2) / \Delta, \quad \alpha_{zx} = E_z N \nu_{zx} (1 + \nu_{xx}) / \Delta, \quad \alpha_{zz} = E_z (1 - \nu_{xx}^2) / \Delta \quad \dots\dots (2)$$

$$N = E_x / E_z, \quad \Delta = (1 + \nu_{xx})(1 - \nu_{xx} - 2N\nu_{zx}^2)$$

である。これを用いてYamamotoら(1978)の式を横等方性地盤に拡張すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{k}{\gamma} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) &= \frac{n}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \alpha_{xx} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + G_{zx} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (\alpha_{zx} + G_{zx}) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} &= \frac{\partial p}{\partial x}, \quad G_{zx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha_{zz} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + (\alpha_{zx} + G_{zx}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (3)$$

ここで、 u, w は地盤の X, Z 方向変位、 p は間隙水圧で静水状態からの変動量を表す。また、 β, γ は間隙水の体積弾性係数と単位体積重量、 k, n, G_{zx} は地盤の透水係数、間隙率及び $X-Z$ 面内のせん断弾性係数とする。

また、地盤の厚さが半無限大の場合を考え、地盤の表面および底面で次のような境界条件を課した。

$$z=0; \quad \sigma_{zz}=0, \quad \tau_{zx}=0, \quad p=p_0 \exp[i(\lambda x + \omega t)], \quad z=-\infty; \quad u=0, \quad w=0, \quad p=0. \quad \dots\dots (4)$$

ここで、地盤表面での間隙水圧の変動は微小振幅波理論を仮定している。

3. 理論近似解の導出

境界条件が時間および空間(x 方向)に関して周期的なので任意点での解も調和振動的な形を仮定する。

$$u = U(z) \exp[i(\lambda x + \omega t)], \quad w = W(z) \exp[i(\lambda x + \omega t)], \quad p = P(z) \exp[i(\lambda x + \omega t)] \quad \dots\dots (5)$$

これを先に示した基礎方程式(3)に代入し、得られた式が非自明な解を持つという条件から、特性方程式を得ることができる。矢富ら(1995)は、この特性方程式と境界条件および基礎方程式から得られる係数間の関係式を数値的に解いて、異方性地盤の波浪応答を解析している。本報では、より見通しの良い形の解を得るために、 $X-Z$ 面内のせん断弾性係数に対してBarden(1963)の仮定((6)式)を導入し、理論的な近似解を求めることを試みる。(なお、以下では、間隙水が非圧縮性となる極限の場合の式を示す。間隙水が圧縮性の場合の近似解については、講演時に紹介する予定である。)

$$1/G_{zx} = 1/E_x + 1/E_z + 2\nu_{zx}/E_z \quad \dots\dots (6)$$

Bardenの仮定に加えて、ポアソン比の2次以上の項は1に比べて十分小さいとし、若干のオーダー評価を行うことにより、特性方程式の簡略化を行うと、その根として次の $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を得る。

$$\lambda_1^2 = N\lambda^2, \quad \lambda_2^2 = \lambda^2/N, \quad \lambda_3^2 = \lambda^2(2N-1)/N + i\omega\gamma/k(N/E_x) \quad \dots\dots (7)$$

この結果と、無限下方での境界条件を考慮すると、 $U(z), W(z), P(z)$ は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} U(z) &= a_1 \exp(\lambda_1 z) + a_2 \exp(\lambda_2 z) + a_3 \exp(\lambda_3 z), \quad W(z) = b_1 \exp(\lambda_1 z) + b_2 \exp(\lambda_2 z) + b_3 \exp(\lambda_3 z) \\ P(z) &= c_1 \exp(\lambda_1 z) + c_2 \exp(\lambda_2 z) + c_3 \exp(\lambda_3 z) \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

次に境界条件および基礎方程式から得られる係数間の関係式を解くと、 U, W, P の近似解として次式を得る。

$$U(z) = -i \frac{N}{1-N^2} \frac{p_0}{\lambda} \frac{1+N(1+2\nu_{zx})}{E_x} [\exp(\sqrt{N}\lambda z) - \exp(\frac{1}{\sqrt{N}}\lambda z)] \quad \dots (9)$$

$$W(z) = -\frac{N}{1-N^2} \frac{p_0}{\lambda} \frac{1+N(1+2\nu_{zx})}{E_x} \left[\frac{1}{\sqrt{N}} \exp(\sqrt{N}\lambda z) - \sqrt{N} \exp(\frac{1}{\sqrt{N}}\lambda z) \right] \dots (10)$$

$$P(z) = p_0 \left\{ -\frac{N\nu_{zx}}{1+N} \exp(\sqrt{N}\lambda z) + \left(1 + \frac{N\nu_{zx}}{1+N}\right) \exp(\frac{1}{\sqrt{N}}\lambda z) \right\} \quad \dots (11)$$

なお、これらの式において、 $N \rightarrow 1$, $\nu_{zx} \rightarrow \nu_{xx}$ とした時の極限值を求めると、等方性の場合にYamamoto(1978)らが導いた厳密解と完全に一致する。また、有効応力に関しては、変位 u, w を(1)式に代入して、近似式を得ることができる。

表-1 波浪の諸元	
周期	13.0(s)
波高	10.0(m)
水深	20.0(m)

表-2 地盤の諸元	
E_x	$1.02 \times 10^8 \text{ (N/m}^2\text{)}$
ν_{xx}	0.30
n	0.454
k	$1.0 \times 10^{-4} \text{ (m/s)}$

4. 解析結果および考察

まず、今回得られた近似解と矢富ら(1995)の厳密解を表1~3の条件の下で比較した結果を図1-a, b, cに示す。なお、表1, 2の諸元はCase1, 2, 3で共通である。間隙水圧、変位ともに近似解と厳密解は良く一致している。定量的に見ると、 ν_{zx} が大きい場合(Case-3)の間隙水圧の振幅に若干の違いが見られるが、 $z=-10\text{m}$ での違いは5%程度にすぎない。この結果より、今回得られた近似解は、定性的にも定量的にも横等方性海底地盤の波浪応答解析に利用可能であるといえる。なお、有効応力に関しても、近似解と厳密解の間で良好な一致が見られた。

次に間隙水圧の近似解の式からわかることを簡単にまとめておく。 $P(z)$ は、2つの実数項の重ね合わせとして表され、 ν_{zx} はそれらの係数の部分のみに、 N は係数と指数関数の部分の両方に関与している。Gatmiri(1992)に従って、一般の砂層地盤では、 $0.4 \leq N \leq 1.0$ と考えると($N\nu_{zx}/(1+N)$)は1に比べて小さいので、 $P(z)$ はさらに $P(z) = p_0 \exp(\lambda z / N^{1/2})$ と簡略化でき、 $P(z)$ の表示式から ν_{zx} の関与した項を消去できる。この結果より、力学パラメータの異方性ではヤング係数の異方性が支配的であること、また、ヤング係数の異方性が顕著(N の値が小さい)であるほど z 方向への間隙水圧の減衰が速いことがわかる。なお、 $P(z)$ の2つの項はどちらも実数関数であることから、この場合 z 方向に関する位相遅れは見られない。

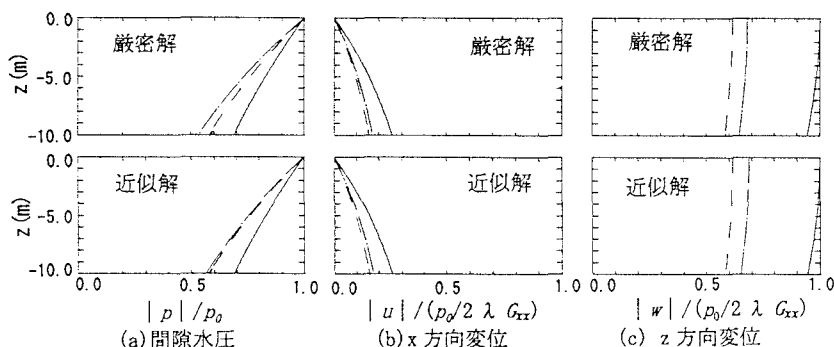


図-1 厳密解と近似解の比較 (振幅の z 方向分布)

表-3 N, ν_{zx} の条件

ケースNo.	N	ν_{zx}
Case-1	1.0	0.3
Case-2	0.5	0.2
Case-3	0.5	0.4

Case-1: ———
Case-2: - - - -
Case-3: - - - -

5. 結論

横等方性の海底地盤の波浪応答に対する理論近似解を求めた。この近似解は厳密解と定性、定量的に良好な一致を示し、その有効性を確認できた。また、間隙水が非圧縮性の場合には、ヤング係数の異方性の効果が支配的となり、異方性が強いほど鉛直方向の間隙水圧の減衰が速くなることを示した。

(参考文献) 1) Yamamoto et al. (1978), Journal of Fluid Mechanics, Vol. 87, No. 1, pp. 193-206.

2) 矢富, 由比, 石田, 廣部(1995), 海岸工学論文集, Vol. 42, No. 2, pp. 1011-1015.

3) Barden, L. (1963), Geotechnique, Vol. 3, No. 13, pp. 198-210.

4) Gatmiri, B. (1992), J. Geotech. Eng., Vol. 118, No. 9, pp. 1295-1314.