

斜交する波動場での大口径円筒構造物による非線形2次近似回折波理論

名古屋大学大学院 学生員○今井 聡
日本港湾コンサルタント 正会員 真田 武
名古屋大学工学部 正会員 水谷 法美
名古屋大学工学部 正会員 岩田好一郎

1 はじめに

MacCamy・Fuchs らの解⁽¹⁾を直接2次近似に拡張することによって、真田ら⁽²⁾は単一成分波の波動場における大口径円筒構造物による2次近似回折波ポテンシャルをGreen関数を用いることなく誘導した。本研究では、この理論をより実海域に近い多方向不規則波動場に拡張することを念頭におき、2つの成分波が斜交する波動場への適用を試みたのでその結果について報告する。

2 理論解析

半径 a の直立円柱が水面から突出して固定された一様水深 d の海域に、2つの成分波 A (波高 H_{A1} 、角周波数 σ_A 、波向き φ_A) と B (波高 H_{B1} 、角周波数 σ_B 、波向き φ_B) が入射する場合を考える (図-1 参照)。非圧縮性完全流体の非回転運動を仮定し、さらに速度ポテンシャル $\Phi(r, \theta, z; t)$ が次式のように摂動展開できるものとする。

$$\begin{aligned}\Phi(r, \theta, z; t) = & \zeta \phi_{10}(r, \theta, z) e^{-i(\sigma_A t + \delta_A)} + \xi \phi_{01}(r, \theta, z) e^{-i(\sigma_B t + \delta_B)} \\ & + \zeta^2 \left[\phi_{20}(r, \theta, z) e^{-2i(\sigma_A t + \delta_A)} + \overline{\phi_{20}}(r, \theta, z) \right] + \xi^2 \left[\phi_{02}(r, \theta, z) e^{-2i(\sigma_B t + \delta_B)} + \overline{\phi_{02}}(r, \theta, z) \right] \\ & + \zeta \xi \left[\phi_{11p}(r, \theta, z) e^{-i\{(\sigma_A + \sigma_B)t + (\delta_A + \delta_B)\}} + \phi_{11m}(r, \theta, z) e^{-i\{(\sigma_A - \sigma_B)t - (\delta_A - \delta_B)\}} \right]\end{aligned}\quad (1)$$

ここで、 $\zeta = k_{A1} H_{A1}$ 、 $\xi = k_{B1} H_{B1}$ (k_{A1} と k_{B1} は成分波 A と B の1次の波数) であり、 δ_A と δ_B はそれぞれ成分波 A と B の初期位相である。添え字 10 と 20 はそれぞれ成分波 A の1次と2次の速度ポテンシャルを、添え字 01 と 02 は成分波 B の1次と2次の速度ポテンシャルを表す。また添え字 $11p$ と $11m$ は2つの成分波 A と B の和の成分と差の成分の速度ポテンシャルを表す。ここで、 ϕ_{10} と ϕ_{01} には MacCamy・Fuchs らの⁽¹⁾の解を与え、 ϕ_{20} と ϕ_{02} には真田ら⁽²⁾の解を与えて波向きを考慮すればよい。また $\overline{\phi_{20}}$ 、 $\overline{\phi_{02}}$ は2次までの水位変動、波力には寄与しないのでここでは考慮に入れない。したがって求めるものは ϕ_{11p} と ϕ_{11m} の2つの成分となる。

ϕ_{11p} と ϕ_{11m} は以下の基礎方程式、境界条件式の解として得られる。

$$\frac{\partial^2 \phi_{11p}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_{11p}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_{11p}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_{11p}}{\partial z^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 \phi_{11m}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_{11m}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_{11m}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_{11m}}{\partial z^2} = 0 \quad (2), (3)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \phi_{11p}}{\partial z} - \frac{(\sigma_A + \sigma_B)^2}{g} \phi_{11p} = & \frac{i\sigma_A}{2g} \left(2 \frac{\partial \phi_{10}}{\partial r} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \phi_{10}}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial \phi_{10}}{\partial z} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial z} - \phi_{10} \frac{\partial^2 \phi_{01}}{\partial z^2} + \frac{\sigma_B^2}{g} \phi_{10} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial z} \right) \\ & + \frac{i\sigma_B}{2g} \left(2 \frac{\partial \phi_{10}}{\partial r} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \phi_{10}}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial \phi_{10}}{\partial z} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial z} - \phi_{01} \frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial z^2} + \frac{\sigma_A^2}{g} \phi_{01} \frac{\partial \phi_{10}}{\partial z} \right) \\ & \text{on } z = 0\end{aligned}\quad (4)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \phi_{11m}}{\partial z} - \frac{(\sigma_A - \sigma_B)^2}{g} \phi_{11m} = & \frac{i\sigma_A}{2g} \left(2 \frac{\partial \phi_{10}}{\partial r} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \phi_{10}}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial \phi_{10}}{\partial z} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial z} - \phi_{10} \frac{\partial^2 \phi_{01}}{\partial z^2} + \frac{\sigma_B^2}{g} \phi_{10} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial z} \right) \\ & - \frac{i\sigma_B}{2g} \left(2 \frac{\partial \phi_{10}}{\partial r} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \phi_{10}}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial \phi_{10}}{\partial z} \frac{\partial \phi_{01}}{\partial z} - \phi_{01} \frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial z^2} + \frac{\sigma_A^2}{g} \phi_{01} \frac{\partial \phi_{10}}{\partial z} \right) \\ & \text{on } z = 0\end{aligned}\quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi_{11p}}{\partial z} = \frac{\partial \phi_{11m}}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = -d \quad \frac{\partial \phi_{11p}}{\partial r} = \frac{\partial \phi_{11m}}{\partial r} = 0 \quad \text{on } r = a \quad (6), (7)$$

ここで、 ϕ_{01}^* は ϕ_{01} の共役複素ポテンシャルである。(4),(5)式に MacCamy・Fuchs の解を代入すると次式を得る。

$$\frac{\partial \phi_{11p}}{\partial z} - \frac{(\sigma_A + \sigma_B)^2}{g} \phi_{11p} = -\frac{ig}{8} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left\{ \frac{1}{\sigma_B} \left(g_{np}^{ABII} + g_{np}^{ABIS} + g_{np}^{ABSS} \right) + \frac{1}{\sigma_A} \left(g_{np}^{BAII} + g_{np}^{BAIS} + g_{np}^{BASS} \right) \right\} e^{in\theta} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \phi_{11m}}{\partial z} - \frac{(\sigma_A - \sigma_B)^2}{g} \phi_{11m} = \frac{ig}{8} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left\{ \frac{1}{\sigma_B} \left(g_{nm}^{ABII} + g_{nm}^{ABIS} + g_{nm}^{ABSS} \right) - \frac{1}{\sigma_A} \left(g_{nm}^{BAII} + g_{nm}^{BAIS} + g_{nm}^{BASS} \right) \right\} e^{in\theta} \quad (9)$$

今、 ϕ_{10} と ϕ_{01} をそれぞれ拘束波と自由波の成分の和として $\phi_{11p} = \phi_{11pL} + \phi_{11pF}$ および $\phi_{11m} = \phi_{11mL} + \phi_{11mF}$ の様に表し、(2)・(3)式を(6)～(9)式の境界条件を満たすように解くと次式となる。

$$\phi_{11pL} = -\frac{ig}{8} \frac{g}{g(k_{A1} + k_{B1}) \tanh(k_{A1} + k_{B1})d - (\sigma_A + \sigma_B)^2} \frac{\cosh(k_{A1} + k_{B1})(z+d)}{\cosh(k_{A1} + k_{B1})d} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left\{ \frac{1}{\sigma_B} (g_{np}^{ABII} + g_{np}^{ABIS} + g_{np}^{ABSS}) + \frac{1}{\sigma_A} (g_{np}^{BAII} + g_{np}^{BAIS} + g_{np}^{BASS}) \right\} e^{m\theta} \quad (10)$$

$$\phi_{11mL} = -\frac{ig}{8} \frac{g}{g(k_{A1} - k_{B1}) \tanh(k_{A1} - k_{B1})d - (\sigma_A - \sigma_B)^2} \frac{\cosh(k_{A1} - k_{B1})(z+d)}{\cosh(k_{A1} - k_{B1})d} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left\{ \frac{1}{\sigma_B} (g_{nm}^{ABII} + g_{nm}^{ABIS} + g_{nm}^{ABSS}) - \frac{1}{\sigma_A} (g_{nm}^{BAII} + g_{nm}^{BAIS} + g_{nm}^{BASS}) \right\} e^{m\theta} \quad (11)$$

$$\phi_{11pF} = -\frac{ig}{8} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left\{ \frac{\cosh k_{A+B}(z+d)}{\cosh k_{A+B}d} E_{np,0} H_n^{(1)}(k_{A+B}r) + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\cosh \kappa_{A+B,l}(z+d)}{\cosh \kappa_{A+B,l}d} E_{np,l} K_n(\kappa_{A+B,l}r) \right\} e^{in\theta} \quad (12)$$

$$\phi_{11mF} = -\frac{ig}{8} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left\{ \frac{\cosh k_{A-B}(z+d)}{\cosh k_{A-B}d} E_{nm,0} H_n^{(1)}(k_{A-B}r) + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\cosh \kappa_{A-B,l}(z+d)}{\cosh \kappa_{A-B,l}d} E_{nm,l} K_n(\kappa_{A-B,l}r) \right\} e^{in\theta} \quad (13)$$

(10)～(13)式で、 k_{A+B} と $\kappa_{A+B,l}$ は $(\sigma_A + \sigma_B)^2 = gk_{A+B} \tanh k_{A+B}d = -g\kappa_{A+B,l} \tanh \kappa_{A+B,l}d$ を、また、 k_{A-B} と $\kappa_{A-B,l}$ は $(\sigma_A - \sigma_B)^2 = gk_{A-B} \tanh k_{A-B}d = -g\kappa_{A-B,l} \tanh \kappa_{A-B,l}d$ をそれぞれ満たす固有値であり、(12)、(13)式中の E はそれぞれ円筒の不透過条件 (7)式) により求められる定数である。

3: 計算結果

図-2 に $k_{A1}a = 2.0$ 、 $k_{B1}a = 1.8$ 、 $\varphi_A = \pi/6$ 、 $\varphi_B = -\pi/4$ 、 $d/a = 2.33$ 、 $H_{A1}/L_{A1} = H_{B1}/L_{B1} = 0.04$ の場合の円筒周辺の無次元波高分布の線形理論による計算結果(a)と本理論による計算結果(b)を示す。両者を比較すると特に円筒表面近傍において波の非線形性のため、波高が大きくなっているのがわかる。なお本理論を検証するため水理実験をおこなったが、実験結果との比較は講演時に発表の予定である。

4: 参考文献

(1) R.C.MacCamy and R.A.Fuchs(1954): Wave Forces on Piles: A Diffraction Theory. U.S. Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board. Tech. Memo. No. 69; (2) 真田 武・水谷法美・岩田好一郎(1995): 大口径円筒構造物による 2 次近似回折波理論, 土木学会中部支部研究発表会講演概要集 pp.219-220

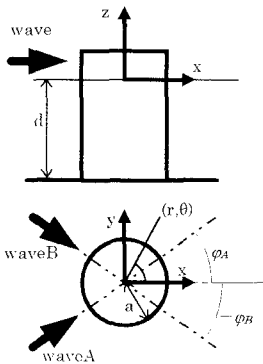
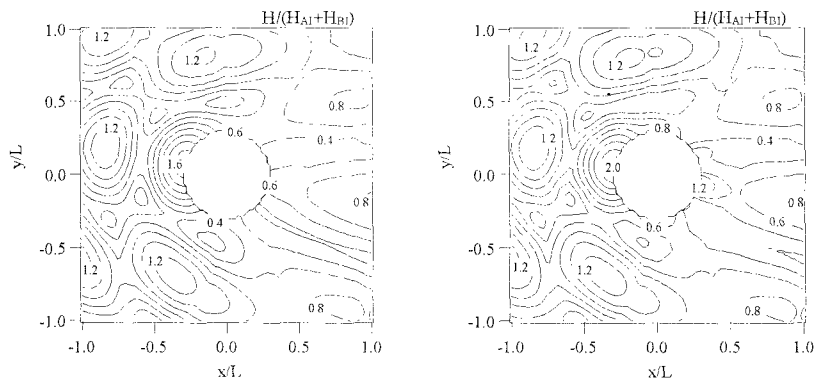


図-1 定義図



(a)線形理論

(b)本理論

図-2 円筒周辺の無次元波高分布の計算結果

$(k_{A1}a = 2.0, k_{B1}a = 1.8, \varphi_A = \pi/6, \varphi_B = -\pi/4,$
 $d/a = 2.33, H_{A1}/L_{A1} = H_{B1}/L_{B1} = 0.04)$