

浅水湖内の流動解析に関する研究

信州大学 大学院 倉橋隆司
信州大学 工学部 正会員 富所五郎

1. はじめに 浅水湖内の流動特性の把握を目的とし、水平2次元Galerkin有限要素法による数値解析を行う。本論文では、対象領域にある水深の浅い湖を取り上げ、数値解析を実施し、水理模型実験結果と比較することにより解析の妥当性を検証する。

2. 基礎方程式 本解析では以下の方程式を用いる¹⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} &= g I_x - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) - \tau_x \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} &= g I_y - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) - \tau_y \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} \cdot d) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v} \cdot d) &= 0, \quad (d=h+\zeta) \\ \tau_x &= g n^2 \bar{u} \sqrt{(\bar{u}^2 + \bar{v}^2)} / d^{4/3}, \quad \tau_y = g n^2 \bar{v} \sqrt{(\bar{u}^2 + \bar{v}^2)} / d^{4/3} \end{aligned}$$

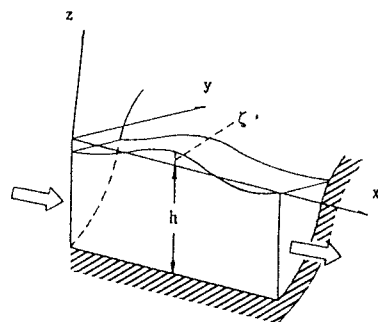


図-1 座標の定義

ここに、x軸はx方向の平均勾配 I_x に平行に、y軸はy方向の平均勾配 I_y に平行に水面付近にとり、z軸はx-y平面に直角に、鉛直方向を正としている。また、 $\bar{u}, \bar{v}$ はそれぞれ鉛直方向に平均したx, y方向の流速成分、tは時間、gは重力加速度、 A_h は水平方向の渦動粘性係数で、hは水深、 ζ は水面上昇量である。

基礎方程式は、空間方向にはGalerkin有限要素法を用い、時間方向には陽的差分法の一つである2-step Lax-Wendroff法を用いて離散化する。要素としては三角形一次要素を使用した。

渦動粘性係数は、Reynoldsの相似仮定より、拡散係数に等しいとして、以下のように定めた²⁾。

Elderによると $A_h = K u_* d$ となる。ここに、 u_* は摩擦速度である。 $u_* = \sqrt{ghI}$ として、Manningの等流公式を用い、浅水域では径深が水深に等しいとすると、 $u_* = n \sqrt{g(\bar{u}^2 + \bar{v}^2)} / d^{1/6}$ と近似できる。これをElderの式に代入すると以下の式となる。

$$A_h = K n \sqrt{g(\bar{u}^2 + \bar{v}^2)} \cdot d^{5/6}$$

ここでKの値は、実験において計測した拡散係数から算定した。

3. 水理模型実験の概要 模型は慣性力と重力の比が1になるフルード模型を製作した。縮尺については、水平方向を1/50、鉛直方向を1/25とし、その歪み度は2である。歪み度を決定する要因は、実物の粗度と模型の粗度ができるだけ等しくなるようにする方法で決定した。図-2 に実験結果の流速ベクトル図を示す。

4. 解析モデルと解析条件 解析モデルとして湖全体を節点数4000、要素数7617の2次元有限要素メッシュに切った解析モデルを用い

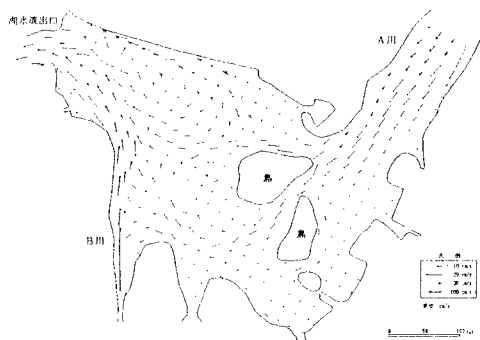


図-2 実験結果の流速ベクトル図

る。境界条件は実験における水位と流速により設定し、時間ステップは0.0025秒、渦動粘性係数の算定においては $K=12$ とし、マニング粗度係数は $n=0.01$ とした。解析メッシュ図を図-3に示す。

5. 解析と実験結果の比較 解析結果の流速ベクトル図を図-4に示す。まず全体的な流れのパターンで検討する。図-4を見ると、全体的、部分的にも流れに乱れがなく、島後方の渦、B川からの噴流も再現されており、かなり実験値に近いものが得られた。A川から島にかけての流速が少し小さいように思われるが、差は1～2 cm/sほどしかなく、全体的なバランスで評価すればよい結果であるといえる。局所的な流速の数値比較を行って見たが、これも模型実験とほぼ一致した。以上のように、計算値と実験値が一致したことにより得られた知見として次のことが挙げられる。

(1) 数値解析における重要な因子である渦動粘性係数をElderの式のKの値を12として計算し解析によって求めた流速 u, v から渦動粘性係数を逆算し、実験で計測した渦拡散係数と比較した。その結果、両者のオーダーはほぼ一致した。これにより、数値解析に Elderの式を適用する妥当性を確認した。

(2) 計算及び実験条件を水理的因子で見直した場合、代表流速が0.1～1.0m/s、レイノルズ数が $10^4 \sim 10^5$ 、フルード数が0.4以下の場合に該当するため、その他の浅水域における流動解析にも、この数値解析モデルは適用できる。

6. まとめ 本研究は浅水湖内の流動特性の把握を目的とし、水平2次元Galerkin有限要素法による数値解析を実施し、水理模型実験結果と比較することにより解析の妥当性を検証した。その結果、渦動粘性係数のElder式のKの値を12に設定した場合に計算値と実験値がほぼ一致した。これにより模型実験の結果だけでなく数値解析によっても浅水湖内の流動特性を把握することができた。さらに、数値解析における重要な因子である渦動粘性係数をElderの式のKの値を12として計算し解析によって求めた流速 u, v から渦動粘性係数を逆算し、実験で計測した渦拡散係数と比較した。その結果、両者のオーダーはほぼ一致した。これにより、数値解析に Elderの式を適用する妥当性を確認した。また、計算及び実験条件を水理的因子で見直した場合、代表流速が0.1～1.0m/s、レイノルズ数が $10^4 \sim 10^5$ 、フルード数が0.4以下の場合に該当するため、その他の浅水域における流動解析にも、この数値解析モデルは適用できる。今後の課題としては、模型実験だけでなく実物の水理現象もシュミレートできる解析モデルについて検討を加えることである。

【参考文献】

- 1) 富所五郎：有限要素法による水理解析，1991年度（第27回）水工学に関する夏期研修会講演集，ppA-1-1, A-1-17, 1991
- 2) 椿 東一郎：水理学Ⅱ，森北出版，pp188, 1979

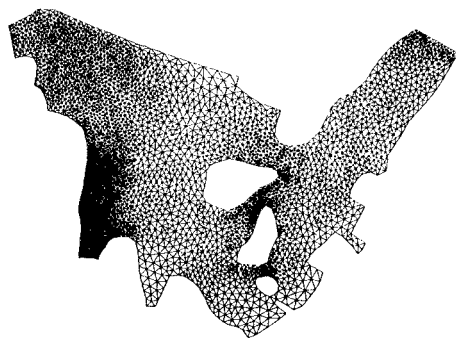


図-3 解析メッシュ図

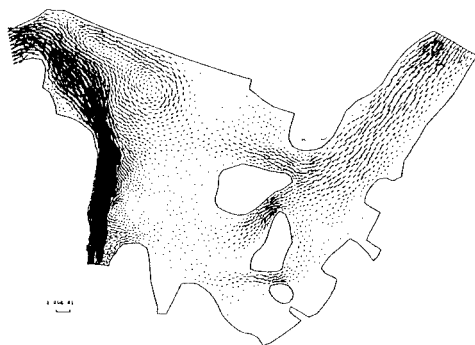


図-4 解析結果の流速ベクトル図（単位cm/s）