

温水循環パイプ一体型 コンクリート床版の解析

信州大学 正員 ○石川清志
土屋工業（株） 坂田 隆
土屋工業（株） 吉澤 士
信州大学 正員 吉澤孝和

1. まえがき

温水循環パイプがコンクリート床版内に埋め込まれた、いわゆる温水パイプ一体型床版について、不均一温度、あるいは熱源を受ける床版の熱応力解析をする。本研究は主として、温水パイプの被り深さに依存する厚さ方向の温度変化に起因する応力形態を明らかにする。また、この熱応力に依存する床版の曲げたわみについても述べる。解析は床版を長方形の厚板として、まず熱源による温度場を求める。温度が既知になったことにより、これに依存する応力場を2次元ひずみ問題として求める。

2. 温度場

図1に示すように、床版は厚板とし、直交座標 (x, z) に依存する $2a \times 2b$ の長方形体とする。そして、座標原点は長方形体の中央にとる。表面境界では周囲媒体との間で熱交換があるとする。いま、温水パイプは線状の熱源 $W(x)$ として与え、床版内の $z=\bar{z}$ に沿って分布すると仮定する。これによって、床版内の温度分布 T は $z=\bar{z}$ を境にして、便宜的に二つの領域に分けて定義する。すなわち、 T は

$$T(x, z) = \begin{cases} T_1(x, z) & (-b < z < \bar{z}) \\ T_2(x, z) & (\bar{z} < z < b) \end{cases} \quad (-a < x < a) \quad \dots\dots\dots (1)$$

と分ける。このようにすると、各領域では熱源の影響を考える必要がなく、次の熱伝導方程式

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) T_j = 0, \quad j = 1, 2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

が成立する。熱源の影響は z 方向に注目して、 $z=\bar{z}$ 上での温度の連続性、および熱の平衡性

$$z = \bar{z} : T_1 = T_2, \quad \frac{\partial T_1}{\partial z} = \frac{\partial T_2}{\partial z} + \frac{W(x)}{k} \quad \dots\dots\dots (3)$$

を考慮すればよいことになる。ここで、 k は熱伝導率である。 $x=\pm a$ の境界面では次の熱交換のかたち

$$x = \pm a : k \frac{\partial T_j}{\partial x} = \pm h(\vartheta_0 - T_j) \quad (-b < z < b), \quad \dots\dots\dots (4)$$

を与え、 $z=\pm b$ の境界面でも同じかたちの境界条件

$$\begin{aligned} z = -b : k \frac{\partial T_1}{\partial z} &= -h(\vartheta_0 - T_1) \quad (-a < x < a), \\ z = b : k \frac{\partial T_2}{\partial z} &= h(\vartheta_0 - T_2) \quad (-a < x < a) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

を与えるとする。なお、上式に現れた ϑ_0 は周囲媒体温度、 h は熱伝達率である。

熱伝導方程式 (2)、ならびに x に関する境界条件 (4) を満足する温度 T_j は

$$T_j = \vartheta_0 + \sum_n \cos \lambda_n \xi [ch \zeta_n \eta \quad sh \zeta_n \eta] I_{nj}, \quad \zeta_n = \kappa \lambda_n \quad \dots\dots\dots (6)$$

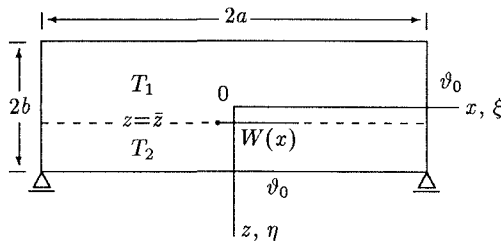


図1 床版の形状および線熱源形態

と表される。ただし、

$$\xi = \frac{x}{a} \quad (-1 < \xi < 1), \quad \eta = \frac{z}{b} \quad (-1 < \eta < 1), \quad \kappa = \frac{b}{a} \quad \dots \dots \dots (7)$$

λ_n は次の超越方程式

$$\epsilon \cos \lambda_n - \lambda_n \sin \lambda_n = 0, \quad \epsilon = \frac{h}{k} a \quad \dots \dots \dots (8)$$

の根をとる。 I_{nj} は 2×1 の積分定数であり、温度場の連続条件 (3), および z に関する境界条件 (5) によって決定され、 T_j は既知となる。なお、上式に現れた記号 ch , sh は $\cosh$, $\sinh$ を意味する。

3. 応力場

T_j に依存する各領域の変位を u_{xj} , u_{zj} とすれば、平面ひずみとした二次元応力場の支配方程式は

$$\begin{aligned} \nabla^2 u_{xj} + \frac{1}{(1-2\nu)} \frac{\partial \theta_j}{\partial x} &= 2\alpha \frac{(1+\nu)}{(1-2\nu)} \frac{\partial T_j}{\partial x}, \\ \nabla^2 u_{zj} + \frac{1}{(1-2\nu)} \frac{\partial \theta_j}{\partial z} &= 2\alpha \frac{(1+\nu)}{(1-2\nu)} \frac{\partial T_j}{\partial z} \quad \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

と表される。ここで、

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \theta_j = \frac{\partial u_{xj}}{\partial x} + \frac{\partial u_{zj}}{\partial z} \quad \dots \dots \dots (10)$$

応力場における $x = \pm a$ の境界条件は

$$x = \pm a : u_{zj} = 0, \quad \sigma_{xxj} = 0 \quad \dots \dots \dots (11)$$

とする。これは $x = \pm a$ で単純支持を表すものである。 $z = \pm b$ に関する境界条件は応力自由であるとする。

$$\begin{aligned} z = -b : \sigma_{zx1} &= 0, \quad \sigma_{zx1} = 0, \\ z = b : \sigma_{zx2} &= 0, \quad \sigma_{zx2} = 0 \quad \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

そして、熱源が作用した $z = \bar{z}$ では変位の連続性、および応力の平衡性

$$z = \bar{z} : u_{x1} = u_{x2}, \quad u_{z1} = u_{z2}, \quad \sigma_{zz1} = \sigma_{zz2}, \quad \sigma_{zx1} = \sigma_{zx2} \quad \dots \dots \dots (13)$$

を満足させればよい。

支配方程式 (9), および境界条件 (11) を満足する u_{xj} , u_{zj} は次式で表される。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_x \\ u_z \end{bmatrix}_j &= \sum_m \begin{bmatrix} \kappa \sin \gamma_m \xi & \\ & -\cos \gamma_m \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{ch} \mu_m \eta & \text{sh} \mu_m \eta \\ \text{sh} \mu_m \eta & \text{ch} \mu_m \eta \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \mu_m \eta \text{ch} \mu_m \eta & \mu_m \eta \text{sh} \mu_m \eta \\ \mu_m \eta \text{sh} \mu_m \eta - (3-4\nu) \text{ch} \mu_m \eta & \mu_m \eta \text{ch} \mu_m \eta - (3-4\nu) \text{sh} \mu_m \eta \end{bmatrix} N_{mj} + \begin{bmatrix} u_x \\ u_z \end{bmatrix}_j^p \quad \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

ただし、 $\mu_m = \kappa \gamma_m$, 任意定数 γ_m は次式の根

$$\cos \gamma_m = 0 \quad \dots \dots \dots (15)$$

をとる。また、 u_{xj}^p , u_{zj}^p は既知関数でありそれぞれ

$$\begin{aligned} u_{xj}^p &= \alpha \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \left\{ \vartheta_0 \xi + \sum_n \frac{1}{\lambda_n} \sin \lambda_n \xi [\text{ch} \zeta_n \eta \quad \text{sh} \zeta_n \eta] I_{nj} \right\}, \\ u_{zj}^p &= 2\alpha \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \sum_n \frac{1}{\zeta_n} (\cos \lambda_n - \cos \lambda_n \xi) [\text{sh} \zeta_n \eta \quad \text{ch} \zeta_n \eta] I_{nj} \quad \dots \dots \dots (16) \end{aligned}$$

と表されるものである。これらは T_j に依存する式 (9) の特解を表すものである。 N_{mj} は 4×1 の積分定数であり、式 (12) の境界条件、および応力場の連続条件 (13) によって決定される。これによって熱応力問題が解決されることになり、温水パイプの熱源による床版の温度、変位、および応力が求められる。