

集中荷重を受ける厚肉パネルの3次元応力解析について

大同工業大学大学院 学会員 ○ 加藤年宏
大同工業大学工学部 正会員 水澤富作

1 はじめに 厚肉シェル構造解析では厚さが増すにつれて、荷重の表面载荷の影響や厚さ方向の応力成分の影響が顕著に生じてくる。また従来の薄シェル理論を用いた場合、幅厚比などによる適用限界が指摘されている。したがって、厚肉パネルの応力分布性状を知るためには、正確な境界条件の導入と3次元弾性理論に基づく必要がある。著者ら^{1),2)}は等分布圧力を受ける厚板や厚肉シェルの応力解析を行うために、Spline Prism 法を提案している。しかしながら、集中荷重の作用に関する研究は非常に少ないように思われる。

本研究では、3次元弾性理論に基づく Spline Prism 法を用いて集中荷重を受ける厚肉パネルの応力解析を行い、その応力分布に与える、半径比、偏平角などの影響について検討を行っている。

2 解析手法 Fig.1 に示すような曲面 Spline Prism モデルを導く。Spline Prism 法では、パネルの軸方向に固有関数を仮定し、他の二方向に B-Spline 関数を仮定することにより、3次元問題を2次元問題に低減させた半数値解析法である。式の定式化にあたり、次のような無次元円筒座標系を用いている。

$$\xi = (r - R_i)/t, \quad \eta = y/L, \quad \zeta = \theta/\phi \quad \dots (1)$$

ここで、 $t = R_i(\delta - 1)$, $\delta = R_o/R_i$, t はパネルの厚さ、 L はパ

ネル長、 ϕ は偏平角であり、また R_i と R_o はそれぞれ円筒パネルの内径と外径を示す。

各ブリズム要素で仮定される ξ, η, ζ 方向の変位関数 U, V, W は、次式で表される。

$$U = \sum_{l=1}^R [N]_{mn} Z_l(\xi) \{\delta_A\}_l, \quad V = \sum_{l=1}^R [N]_{mn} Z_l(\xi) \{\delta_B\}_l, \quad W = \sum_{l=1}^R [N]_{mn} \bar{Z}_l(\xi) \{\delta_C\}_l, \quad \dots (2)$$

ただし、 $[N]_{mn} = [N_{1,k}(\xi)N_{1,k}(\eta), N_{1,k}(\xi)N_{2,k}(\eta), \dots, N_{1r,k}(\xi)N_{1y,k}(\eta)]$
 $\{\delta_A\}_l = \{A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1r1y}\}_l^T$, $\{\delta_B\}_l = \{B_{11}, B_{12}, \dots, B_{1r1y}\}_l^T$, $\{\delta_C\}_l = \{C_{11}, C_{12}, \dots, C_{1r1y}\}_l^T$ である。
 また、 $Z_l(\xi) = \sin(l\pi\xi)$, $\bar{Z}_l(\xi) = \cos(l\pi\xi)$ であり、 $N_{m,k}(\xi)$ と $N_{n,k}(\eta)$ は、正規化された B-Spline 関数である。 $i_r = k-1 + Mr$, $i_y = k-1 + My$ で、 $k-1$ は Spline 次数、 Mr と My はそれぞれ r 方向と y 方向のブリズム要素の分割数である。したがって、等厚、等方性な円筒パネルのひずみエネルギー、 U_p 、外力ポテンシャル、 V が求めれば、この円筒パネルの全ポテンシャルエネルギー、 $\Pi = U_p - V$ で与えられるので、ポテンシャルエネルギー最小の原理から、式(3)で与えられる基礎方程式が導かれる。また、固有関数の直交性より、各級数項ごとに式(3)を解けば、解が得られる。ただし、 $[K]_l$ は剛性マトリックスで $\{f\}_l$ は荷重ベクトルである。

$$\sum_{l=1}^R ([K]_l) \{\Delta\}_l - \{f\}_l = 0 \quad \dots (3)$$

3 数値計算例および考察 ここでは、集中荷重を受ける厚肉パネルの厚さ方向の応力分布特性について検討している。また数値計算では、相対する2つの円弧面が自由および固定面で、他の2つの面が単純支持されている場合についてのみ示す。Table.1 には、集中荷重を中央に作用した正方形板厚板の解の収束性に与える Spline 次数とブリズム要素の分割数の影響が示されている。ただし、級数項 r は 31 項としている。これより Spline 次数を高めることにより、少ない分割数においても安定した収束値を得ている。Fig.2 には円弧面が固定された厚肉円筒パネルの中央断面 ($\zeta = 0.5$) での厚さ方向の応力分布特性に与える半径比、 $\delta = R_o/R_i$ の影響が示してある。ここで、 $\phi = 45^\circ$, $L/R_i = 1.0$, $t/B = 0.231$, δ は 1.1 ($t/L = 0.1$) と 1.5 ($t/L = 0.5$)

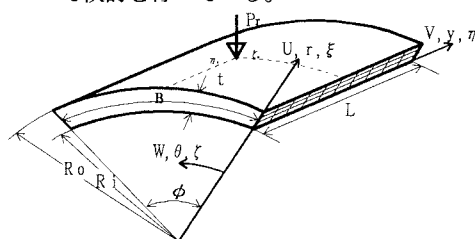


Fig. 1 厚肉パネルと円筒座標系

を仮定している。これより、 δ が増大するにしたがい σ_y, σ_θ ともに荷重載荷点近傍において大きな負の応力集中が生じてくるが、パネル内側ではほとんど影響がみられない。また δ の値が小さくなると、荷重載荷点から応力分布の広がりがみられ、パネル内側で引張応力、固定面においては表面に引張応力、内側に圧縮応力が生じている。一方、円弧面が自由な厚肉パネルの中央断面 ($\xi=0.5$) での応力分布特性に与える半径比 δ の影響が Fig.3 に示してある。これより、 σ_y は δ の増大に従い荷重載荷点近傍に負の応力集中がみられるが、パネル内側ではほとんど影響がみられない。 σ_θ はパネル内側において引張応力が生じ、 δ の減少に伴いその分布範囲が広がっていくのがわかる。

4 あとがき ここでは、Spline prism 法を用いて集中荷重を受ける厚肉円筒パネルの応力解析を行い、厚さ方向の応力分布特性に与える半径比や偏平角などの影響について検討した。得られた結果をまとめると次のようになる。 1) 厚肉パネルの厚さ方向の応力は、幅厚比に大きく依存し、幅厚比の増大とともに荷重載荷点近傍に大きな負の応力集中が生じている。しかし、幅厚比が0.2より小さくなるとパネル内側において引張応力が生じているのがわかる。2) 厚肉パネルの厚さ方向の応力分布特性は境界条件に大きく依存し、自由面の時、 σ_θ はパネル内側に正の応力を生じ、幅厚比の減少に伴いその分布が広がっていく。3) また、厚さ方向の応力分布性状に与えるポアソン比の影響も顕著にみられた。**参考文献** 1) 加藤年宏 水澤富作：等分布圧力を受ける厚肉円筒パネルの3次元応力解析について。構造工学論文集,1996 (投稿中)。2) 加藤年宏 水澤富作：Spline prism 法を用いた厚肉円筒パネルの応力解析。土木学会全国大会,1995。

Table.1 集中荷重を受ける周辺単純支持された正方形板の変位, u と応力, σ_y, σ_θ の収束性に与える Spline 次数と Prism 要素の分割数による影響および薄板理論との精度比較。 $\delta=1.0001, L/R_i=1/5000(1/100)$, $\phi=0.0001999(0.009995)$

			$(\xi=\eta=\zeta=0.5)$		$(\xi=0.0, \eta=\zeta=0.5)$	
t/L	k-i	Mr=My	U	σ_y	σ_θ	
(unit)			Pr/(tE)	Pr		
0.5	3	4	-1.2733	0.002481	0.001836	
		8	-1.2716	0.004218	0.004320	
		12	-1.2552	0.004225	0.004229	
	4	4	-1.2154	0.005584	0.005965	
		8	-1.2523	0.004263	0.004172	
		12	-1.2517	0.004208	0.004208	
0.01	3	4	-931.25	0.99652	1.3563	
		8	-1216.7	1.2973	1.7606	
		12	-1664.7	1.8559	2.2652	
	4	4	-1008.9	1.3174	1.4319	
		8	-1202.6	1.5259	1.7949	
		12	-1172.1	1.7733	1.9833	
薄板理論			-1160.0			

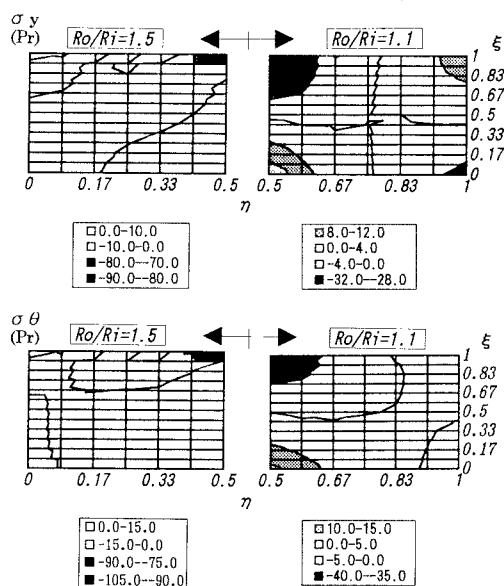


Fig.2 パネル表面の中央 ($\xi=1.0, \eta=\xi=0.5$) に集中荷重を受ける、相対する2つの面が固定された厚肉パネルの中央断面 ($\xi=0.5$) における応力 σ_y, σ_θ の分布に与える半径比 $\delta (=R_o/R_i)$ の影響。

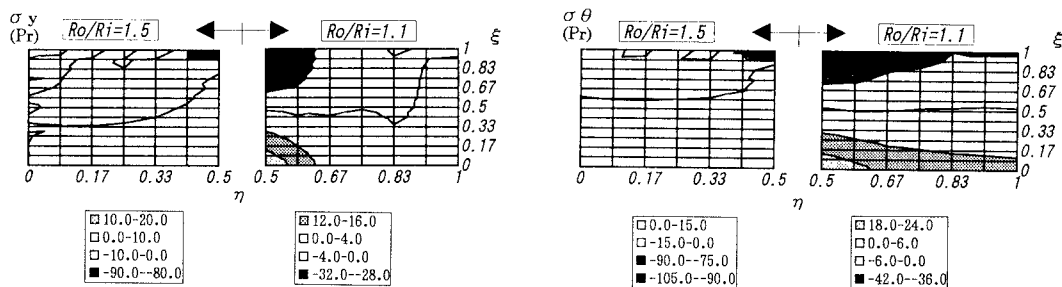


Fig.3 パネル表面の中央 ($\xi=1.0, \eta=\xi=0.5$) に集中荷重を受ける、相対する2つの面が自由な厚肉パネルの中央断面 ($\xi=0.5$) における応力 σ_y, σ_θ の分布に与える半径比 $\delta (=R_o/R_i)$ の影響。