遷移材令におけるコンクリートの構成則に関する研究

名古屋大学工学部　学生会員　安藤　直樹
名城大学理工学部　正　会員　石川　靖晃
名古屋大学工学部　正　会員　田邊　忠顕

1　はじめに

混錬終了後から完全硬化に到る遷移材令時のコンクリート物性は極めて大きな変化をとげる。これらの数学的記述方法は、今までに確立されておらず粘弾性、粘塑性のどちらか一方でしか考えられていなかったが、それらのモデルでは挙動を十分にとらえることができない。そこで本研究では、それら両方を取り入れたモデルの構築を行った。

2　構築モデルの定式化

一軸状態で粘弾性及び粘塑性を考慮した場合、全ひずみ増分 $d\varepsilon$ は次式で表される。

$$d\varepsilon = d\varepsilon^{e} + d\varepsilon^{ve} + d\varepsilon^{vp} + d\varepsilon^{p} + d\varepsilon_{0} \tag{1}$$

ここで、$d\varepsilon^{e}$ は弾性ひずみ増分、$d\varepsilon^{ve}$ は粘弾性ひずみ増分、$d\varepsilon^{vp}$ は粘塑性ひずみ増分、$d\varepsilon^{p}$ は塑性ひずみ増分、$d\varepsilon_{0}$ は温度ひずみなどのような応力に依存しない非弾性ひずみ増分を表す。粘塑性ひずみ増分に関しては、田邊・石川の研究1)により定式化されている。また、粘弾性ひずみと弾性ひずみの和 $\varepsilon'(t)$ は一般的にクリープ関数 $J(t,t')$ を用いて積分形で次式で表される。

$$\varepsilon'(t) = \int_0^t J(t,t')\frac{d\sigma(t')}{dt'}dt' \tag{2}$$

ここで、t は材令、t' は載荷材令である。(2) 式を部分積分すると次式が得られる

$$\varepsilon'(t) = J(t,t)\sigma(t) - \int_0^t \frac{\partial J(t,t')}{\partial t'}\sigma(t')dt' \tag{3}$$

ここで　$J(t,t) = \dfrac{1}{E(t)}$　である。これを両辺 $J(t,t)$ で割ると、

$$\frac{\varepsilon'(t)}{J(t,t)} = \sigma(t) - \int_0^t \left(\frac{\partial J(t,t')}{\partial t'}\frac{1}{J(t,t)}\right)\sigma(t')dt' \tag{4}$$

となり、これは第２種Volterraの積分方程式であり、$\dfrac{\partial J(t,t')}{\partial t'}\dfrac{1}{J(t,t)}$ は核と呼ばれる。このように粘弾性ひずみは積分方程式の形で表されるため、通常の増分解析は困難である。そこで、Bazant2)の研究を基に積分方程式を増分形の方程式に変換する。まず、核が分離核であると仮定すると、適当な N、$B_\mu(t)$、$C_\mu(t)$ を用いて $J(t,t')$ は次のように書ける。

$$J(t,t') = \sum_{\mu=1}^{N}\frac{1}{C_\mu(t')} - \sum_{\mu=1}^{N}\frac{B_\mu(t)}{B_\mu(t')C_\mu(t')} \tag{5}$$

ここで $y_\mu(t) = -\ln B_\mu(t)$ とおくと(5)式は

$$J(t,t') = \sum_{\mu=1}^{N}\frac{1}{C_\mu(t')}[1 - \exp\{y_\mu(t') - y_\mu(t')\}] \tag{6}$$

となり $y_\mu(t) = \dfrac{t}{\tau_\mu}$ という特別な場合を考えると(6)式は

$$J(t,t') = \sum_{\mu=1}^{N} \frac{1}{C_\mu(t')}[1-\exp\{\frac{-(t-t')}{\tau_\mu}\}] \tag{7}$$

となり、τ_μは遅延時間と呼ばれるものである。また(7)式はDirichlet級数と呼ばれるものである。(7)式を(2)式に代入すると、

$$\varepsilon'(t) = \sum_{\mu=1}^{N} \varepsilon_\mu(t) \tag{8}$$

が得られる。ここで

$$\varepsilon_\mu(t) = \int_0^t \frac{d\sigma(t')}{C_\mu(t')} - \gamma_\mu(t) \qquad \gamma_\mu(t) = \exp\{-y_\mu(t)\}\int_0^t \exp\{y_\mu(t')\}\frac{d\sigma(t')}{dy_\mu(t')}\frac{dy_\mu(t')}{C_\mu(t')} \tag{9}$$

である。また、ε_μ、y_μはそれぞれ以下の方程式を満たす。

$$\frac{d^2\varepsilon_\mu}{dy_\mu{}^2} + \frac{d\varepsilon_\mu}{dy_\mu} = \frac{1}{C_\mu(t)}\frac{d\sigma(t)}{dy_\mu(t)} \qquad \frac{d\gamma_\mu(t)}{dy_\mu(t)} + \gamma_\mu = \frac{1}{C_\mu(t)}\frac{d\gamma_\mu(t)}{dy_\mu(t)} \tag{10}$$

(9)式を時間tで微分すると次式のようになる。

$$\dot{\varepsilon}_\mu = \frac{\dot{\sigma}}{C_\mu(t)} - \dot{\gamma}_\mu(t) \tag{11}$$

結局(10)(11)が支配方程式となる。次に、(9)式を差分化すると次式となる。

$$\gamma_{\mu_{r+1}} = \gamma_{\mu_r}\exp(-\Delta y_\mu) + \frac{\lambda_\mu}{C_{\mu_{r+1/2}}}\Delta\sigma \tag{12}$$

ここで、rは時間ステップである。また、rと$r+1$の間ではC_μは一定とし、それを$C_{\mu_{r+1/2}}$とおいた。(12)式を(8)(9)式に代入すると最終的な粘弾性・弾性のみを仮定した場合の構成関係が次式で得られる。

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E''} + \Delta\varepsilon'' + \Delta\varepsilon^0 \tag{13}$$

但し

$$\frac{1}{E''} = \sum_{\mu=1}^{N}\frac{1-\lambda_\mu}{C_{\mu_{r+1/2}}} \qquad \Delta\varepsilon'' = \sum_{\mu=1}^{N}\{1-\exp(-\Delta y_\mu)\}\gamma_{\mu_r} \tag{14}$$

(13)式を用いれば、全ひずみ増分は以下のように書くことができる。

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E''} + \Delta\varepsilon'' + \Delta\varepsilon^{vp} + \Delta\varepsilon^{p} + \Delta\varepsilon_0 \tag{15}$$

(15)式を構成式として用いれば、ＦＥＭの通常の増分解析が可能となる。

発表時には、既存の実験データをもとにC_μを決定し、実際にＦＥＭ増分解析した結果を報告する予定である。

参考文献

1) 田邊 忠顕・石川 靖晃：VISCO-PLASTIC MODELING OF EARLY AGE CONCRETE AND INTERFACE CHARACTERISTIC

2) Ｚ.Ｐ.Ｂａｚａｎｔ・Ｆ.Ｈ.Ｗｉｔｔｍａｎｎ：Creep and Shrinkage in Concrete Structures