

# 中心度関数を用いた ネットワーク分析に関する研究

岐阜大学 正 員 宮城俊彦  
学生員 ○伊藤克也

## 1 はじめに

交通ネットワークはノード（点）とリンク（線）からなるトポロジカルなグラフに抽象化することが可能である。その際、ノードは交通の分岐点つまり交通結節点にあたり、通常そこにはさまざまな交通集落がみられる。一般に、交通運輸上の結節的機能を基盤にして形作られるこのような集落には商工業などの機能も集積し、都市として発展していくことが少なくない。したがって交通ネットワーク上のノードの特性をグラフ理論的に計量化することによって、交通ネットワークの整備が周辺地域の発展に及ぼす影響を明らかにすることができると考えられる。

本研究では、グラフにおけるノードの特性を計量的に表す指標として中心度関数に着眼し、実際の道路ネットワークに対して中心度関数を用いて分析することで、交通ネットワークの整備が結節点に与える影響を検討するとともに、中心度関数を用いたネットワーク分析の有用性を検討することを目的とする。

## 2 中心度関数

中心度関数とは「ネットワーク上でノードが相対的に中心的な位置を占めるか」といったノードの中心性の側面に着目し、「中心性の度合い」を数値化しようと考え出された関数であり、梶谷・丸山<sup>1)</sup>によってはじめて明確な形で定式化され、篠田・仙石<sup>2)</sup>によって一般化された。

### 2.1 ネットワークの変形

中心度関数を定義する前に、まず中心度関数を導入する際に必要ないくつかの概念について例を用いて概説する。

図1、図2のような有向ネットワークについて考える。各ノードには重み、各リンクには（距離、容量）の形式でリンクの属性が記されている。図2のネットワーク2は図1のネットワーク1のノード4とノード5の間のリンクの属性が変化したネットワークである。このときネットワーク2はネットワーク1のリンク属性を変化させて得られるという意味

でネットワーク1の変形と呼ぶものとする。

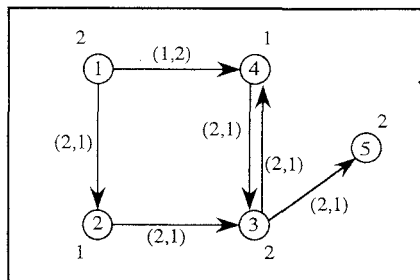


図1 ネットワーク1

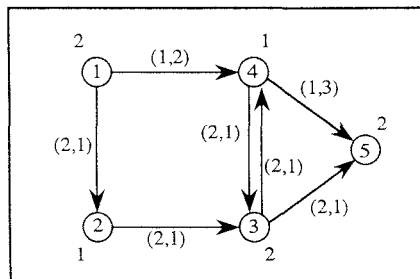


図2 ネットワーク2

### 2.2 変化点と影響点

ネットワーク上の2つのノードをA、Bとする。ネットワークの変形によりノードAがノードBとの程度「関わり」があるかを表す数値（この例では最短経路長など）が変化したとき、ノードBのことを変化点と呼ぶ。さらに、ノードCからノードBへの関わりも変化しているとき、ノードA、Cのことを影響点という。

上述のネットワーク1（変形前）と2（変形後）において各ノード間の最短経路長と最大フローを計算した結果、変形の前後で値が変化するのは最短経路長ではノード1から5、4から5の間であり、最大フローではノード1から5、3から5、4から5の間である。このときノード5が変化点、ノード1、3、4が影響点となる。

### 2.3 単調拡大と単調縮小

ネットワーク1からネットワーク2への変形において、変形前の最大フロー値から変形後の最大フロー値を引いた差、すなわち変化量を計算すると、すべて0以上となり、さらにノード4、5間が最大となる。また逆に、変形後の最短経路長の値から変形前の最短経路長の値の差をとるとこれもすべて正となり、ノード4、5間が最大となる。

この変形は容量についてはノード4に関する拡大変形、またすべての変化量が0以上であるので、このとき特にノード4に関する単調拡大であるという。距離についてはノード4に関する縮小変形、さらにすべての変化量が0以上であるので特にノード4に関する単調縮小であるという。

### 2.4 中心度関数の定義

ネットワーク上の任意のノード $r$ の中心らしさをはかる関数を $F(r)$ とし、ネットワークの変形の前後での関数値の変化量を $\Delta(r)$ とする。ネットワークの変形がノード $p$ に関する単調拡大であったとき、次の条件、

- (1)  $\Delta(p) \geq 0$
- (2)  $\Delta(p) \geq \Delta(r)$

を満足するとき関数 $F$ を中心度関数という。

(1)は関数値の変化量が非負であることを、(2)は当該の端点の変化量が他の点の変化量よりも大きい、か等しいことを要求している。また拡大変形に対しては(1)、(2)を満足する関数は凹関数でなければならないことを導くことができる。

なお、上述の中心度関数は中心的であるほど値が大きくなることを前提にしているが、それとは逆の値が小さくなるほど中心的である関数も定義できる。

縮小変形に対しては(1)、(2)を満足する関数は凸関数となる。

### 3 東海地域への適用例

本研究では東海3県の主要な高速道路および一般国道のネットワークにおいて中心度関数を適用した。

本研究で用いる道路ネットワークは当該地域を14のエリアに分割し、各エリアの代表都市をノードに選定して、ノード数14、リンク数50とする。またノードの属性には各エリアの人口を、リンクの属性には距離と容量を用いた。

中心度関数を計算する際の変数には各ノード間の最短経路長と最大フロー、各エリアの人口を用いた。

中心度関数として次の関数を用いる。

$$F(i) = \sum_{j \in Z} \exp(-\varepsilon_{ij}) \{1 - \exp(-\mu_{ij})\} \omega_j$$

- $\varepsilon_{ij}$  :  $i, j$  間の最短経路長
- $\mu_{ij}$  :  $i, j$  間の最大流量
- $\omega_j$  : ノード $j$ の重み
- $Z$  : ノード集合
- $i, j \in Z$

上式は拡大変形、縮小変形に対しては中心度関数の性質を満足する。

ネットワークの変形として東海北陸自動車道の全面開通を考える。上式を用いて計算すると関数値と変形前後の関数値の差は表1のようになる。

表1 中心度関数値

| 代表都市 | 中心度関数値 (前) | 中心度関数値 (後) | 差     |
|------|------------|------------|-------|
| 高山   | 6.028      | 8.776      | 2.748 |
| 中津川  | 24.817     | 24.997     | 0.180 |
| 岐阜   | 30.152     | 32.810     | 2.657 |
| 静岡   | 16.363     | 16.425     | 0.062 |
| 浜松   | 22.533     | 22.639     | 0.106 |
| 豊橋   | 28.589     | 28.761     | 0.171 |
| 名古屋  | 39.724     | 40.034     | 0.311 |
| 豊田   | 37.616     | 37.896     | 0.280 |
| 半田   | 22.824     | 22.987     | 0.163 |
| 一宮   | 34.624     | 34.965     | 0.341 |
| 多治見  | 33.498     | 33.757     | 0.259 |
| 桑名   | 34.337     | 34.589     | 0.252 |
| 四日市  | 29.088     | 29.292     | 0.204 |
| 津    | 19.738     | 19.871     | 0.133 |

東海北陸自動車道の整備効果は何らかの形でこの地域のすべての都市に影響を与えるが、その中でも影響が大きい地域は高山地域、岐阜地域、一宮地域であり、これらの地域は東海北陸自動車道と直接結びつく地域であることから直感的にうなずける結果であるといえよう。

### 4 おわりに

今回の適用例では、ネットワークの整備効果を中心度関数を用いることにより、多くの変数を統合した一つの数値で測ることができた。

今後の課題としては関数型の設定やパラメータの推定法を検討していく必要がある。

### 参考文献

- 1) 梶谷洋司、丸山剛司；グラフにおける中心度の関数表示ー通信網の評価への応用ー、電子通信学会論文誌、'76/7 Vol. J59-A No. 7
- 2) 篠田庄司、仙石正和；空間の変形とネットワークの点の中心らしさを測る関数の理論、電子通信学会論文誌、'86/1 Vol. J69-A No. 1