

粒子構造に基づいた粒状体の降伏曲面の決定

名古屋工業大学	正 会 員	松岡 元
"	学生会員	○赤司 有三
"		伊東 究
"		川瀬 樹一

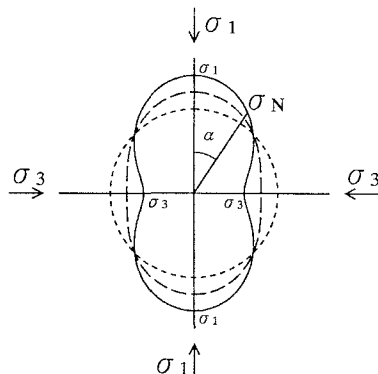
現在提案されている降伏曲面は、そのほとんどが主応力空間で描かれており、主応力値が変化せずに主応力方向だけが回転した場合の現象を表現できない。ここでは、主応力方向の回転による変形をも自然に説明できる2次元応力条件下の降伏曲面を提案する。

1. 粒子構造を評価する指標としての粒子接点角分布

過去に受けた圧密やせん断などの応力履歴の影響を統一的に評価するため、粒状体の内部構造を表現する1つの指標として粒子接点角分布に着目した。粒子接点角分布とは、粒子接点の方向の分布状況を放射状にヒストグラムにして表したものである。粒子接点1個あたりに働く粒子間力が等しいと仮定すると、粒子接点角分布の形は図-1に示す任意面上の垂直応力 σ_N の分布に相似になると考えられる。

$$\sigma_N = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 + \{(\sigma_1 - \sigma_3)/2\} \times \cos 2\alpha \quad \dots(1)$$

粒子接点角分布の最大の輪郭線に着目し、新たに接点角分布が最大の輪郭線より突出した場合に、塑性的な構造変化を起こし、降伏すると考える。逆に、新たに突出しない場合は、弾性的な挙動を示すと考えた。つまり、粒子接点角分布の過去に受けた最大の輪郭線を、それ 図-1 任意面上の垂直応力 σ_N の分布図までに受けた応力履歴を表すものと考え、最大の輪郭線から突出するかどうかを、粒状体の挙動が弾性的であるか、弾塑性的であるかの判定の基準と考えた。また、等方圧密時の平均主応力 p と粒子接点数の関係を指数関係に仮定した¹⁾。



2. 粒子構造に基づいた降伏曲面

上記の考え方から、平均主応力 $p = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 = p_x$ まで等方圧密したときの降伏曲面は次式のようにになる¹⁾。

$$f = q/p - \{(p_x/p)^m - 1\} = 0 \quad (m=0.2) \quad \dots(2)$$

ここでは、例として $p_x = 2.0 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$ の場合について述べる。まず、 $p = 2.0 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$ まで等方圧密すると、粒子接点角分布は図-2(b)に示すように円形となる。そこから、図-2(c)に示すように、例えば $p = 0.5 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$ の等方応力状態まで除荷し、せん断をすると、 $R = \sigma_1/\sigma_3 = 2$ 、 $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 = 0.160 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$ で粒子接点角分布が過去の最大輪郭線から新たに突出し、降伏する。このように考えれば、 q - p 面上での降伏曲面は図-2(a)のようになる。

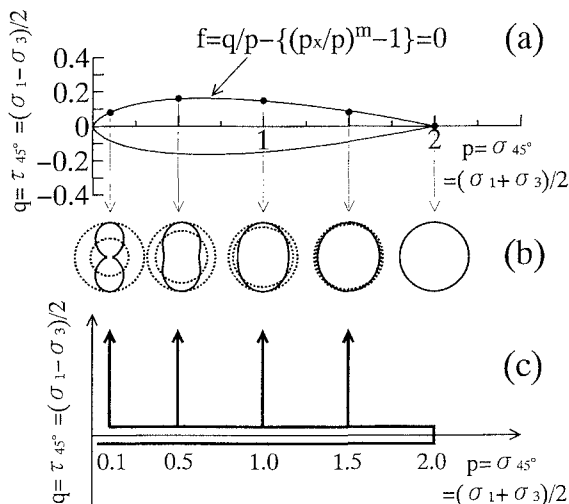


図-2(a) 粒子接点角分布の概念より求めた降伏曲面

(b) 等方圧密後のせん断時の降伏を考える粒子接点角分布の概念図

(c) 等方過圧密後のせん断時の降伏点を求める応力経路

さて、主応力方向が回転した場合の粒子接点角分布の変化に基づいて、モールの応力面上での降伏曲面を考える。等方圧密履歴を受けた場合の粒子接点角分布は円形となるので、図-3に示すように、 $p=(\sigma_1+\sigma_3)/2$ =一定条件下でa方向(圧縮),b方向,c方向(伸張)のどの方向へせん断しても、ピーナツ形の粒子接点角分布が過去の最大輪郭線から新たに突出する主応力比 $R=\sigma_1/\sigma_3$ は同じとなる。よって、モール円の半径 $q=(\sigma_1-\sigma_3)/2$ は一定となり、 p =一定条件下の降伏曲面の切り口は円形となる。

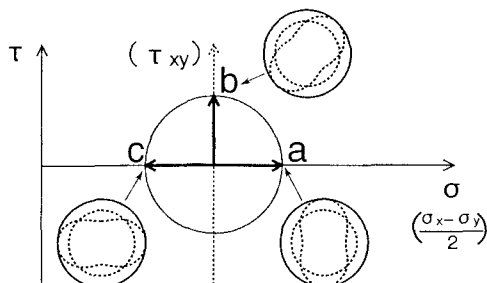


図-3 モールの応力面での等方圧密時の降伏曲面

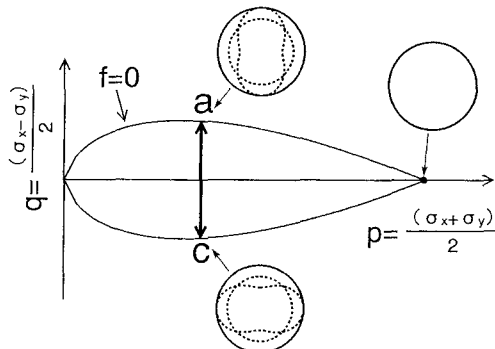


図-4 q-p面での等方圧密時の降伏曲面

次に、図-3のモールの応力面での降伏曲面と、図-4のq-p面での降伏曲面を合わせることを考える。そこで、図-3の τ 軸を円a b cの中心点まで移動させると、軸がそれぞれ、 $(\sigma_x - \sigma_y)/2$, τ_{xy} となる。そして、その軸の中心から紙面に垂直方向に $p=(\sigma_x + \sigma_y)/2$ 軸をとると、降伏曲面は図-5に示すような紡錘形となる。ここで、図-5を $\tau_{xy}=0$ の面で切ると、図-4に示すようなq-p面での降伏曲面となる。また、 $(\sigma_x - \sigma_y)/2=0$ の面で切っても、同じ形の降伏曲面となる。さらに、図-5の降伏曲面を $p=(\sigma_x + \sigma_y)/2$ =一定の面で切ると、図-3に示すような円形の降伏曲面となる。

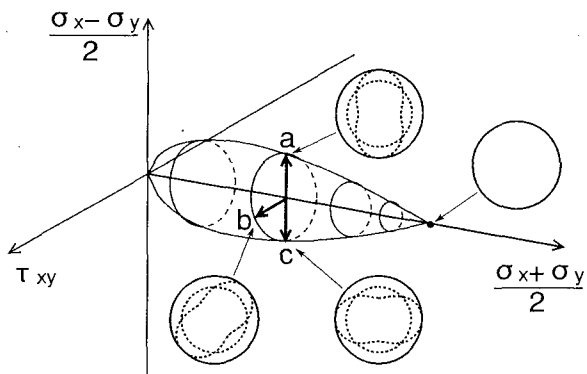


図-5 等方圧密履歴を受けた τ_{xy} を含む3次元応力空間での降伏曲面

同様に、せん断履歴を受けた場合の降伏曲面を粒子接点角分布から求めると、図-6のようになる。この降伏曲面は、等方圧密時の降伏曲面を p =一定の面で輪切りにして、せん断方向へずらした形となっている。図-6より、主応力方向が回転すると、応力状態は $p=(\sigma_x + \sigma_y)/2$ 軸の回りに円(破線で示す)を描いて回転するので、現在の降伏曲面から飛び出し、明らかに降伏する。

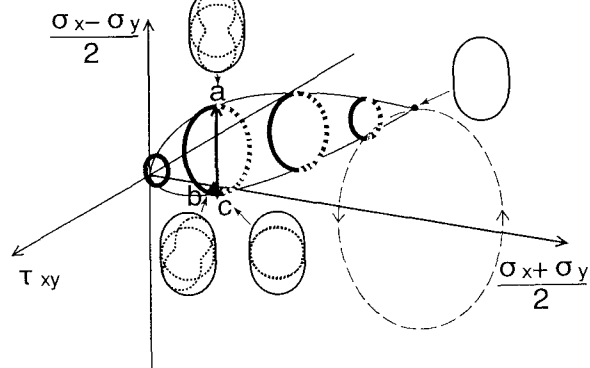


図-6 せん断履歴を受けた τ_{xy} を含む3次元応力空間での降伏曲面

3. 結論

以上のように、2次元応力状態であっても、図-5,6に示すような τ_{xy} を含む3次元応力空間で降伏曲面を表現するべきである。そのような応力空間をとれば、圧密、せん断のみならず、主応力方向の回転による降伏をも統一的に評価できる。

参考文献 1)松岡・竹内・赤司・内堀(1994):
第29回土質工学研究発表会講演集,
Vol. 1, pp. 479-482.