

FEMによる浅水域流れ解析のための自動要素生成法

信州大学 工学部 学生員 森田 研一

信州大学 工学部 正会員 富所 五郎

1. はじめに

これまで、水深データを必要とするFEMによる浅水長波解析のための自動三角形要素生成法がいくつか提案されているが、これらの多くは、Courant 数が一定の条件から決定される要素寸法を用いて、まず解析領域内に節点を格子状に配置し、その後、領域全体で調和がとれるように節点移動を行っている。しかしながら、この方法では、Courant 数を相当小さくとらないと、Courant の安定条件を満たさない要素が発生する可能性があり、実用上問題がある。

そこで本研究では、このような欠点を改善するために、デラウニー要素分割法¹⁾を用い、三角形要素の内接円直径寸法と Courant数の定義式から決定される要素寸法を比較し、合理的に要素生成を行う方法を提案する。

2. 本自動要素生成法のアルゴリズムの概要

- 1). デジタイザを用いて、解析領域の境界および水深既知点に節点を設定する（図-1 参照）。
- 2). 1)で設定した各節点の水深をパソコンのキーボードより入力する。
- 3). タイムステップと Courant 数を 2)と同じ方法で入力する。
- 4). 1)で設定した節点を用いて、仮要素分割を行う（図-2 参照）。これは、後に新節点における水深の補間用いる。
- 5). 解析領域内の各要素を Courantの安定条件を満たすまで、3. に示す方法を用いて細分割する。同時に、新節点の水深を仮要素節点の水深を用いて補間する。
- 6). 境界節点と水深既知節点以外の節点をラプラシアン法を用いて移動させる。
- 7). 6)で得られた要素において、なお歪んだ形状の要素を含む可能性があるので、偏平率法を使って要素の修正を行う。
- 8). 7)で設定された新節点の水深を仮要素節点の水深を用いて補間する。



図-1 入力節点（水深既知点：290 節点）

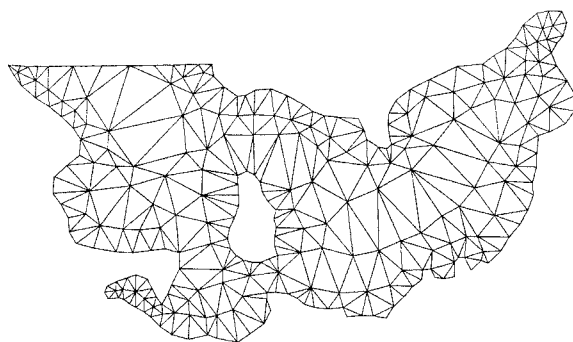


図-2 仮要素分割図（節点数 290, 要素数 415）

なお、ラプラシアン法とは、ある一つの節点に着目したとき、その節点を頂点とする全ての三角形で構成される多角形の重心位置にその節点を移動させる方法であり、偏平率法とは、領域全体の三角形要素の頂角を計算し、歪んだ度合いの大きい要素から順に、その要素の最大頂角対辺上の中点に新節点を設定し、細分割することによって、偏平な形状の三角形要素を少なくする方法である。

3. 方 法

浅水域では水深が波長に比べて非常に浅く、この水域での波速は長波の波速式 ($U = (g \cdot h)^{1/2}$, U :波速, g :重力加速度, h :水深) を用いることができる。上式とCourant 数の定義式 ($C = (U \cdot \Delta t) / \Delta x$, C : Courant 数, U :代表速度(長波の波速を用いる), Δt :タイムステップ, Δx :代表要素寸法) を組み合わせると、Courant の安定条件 ($0 < C \leq 1$) を満たすように(Courant数が一定になるように)要素寸法を決定することができる。ここで、水深 h は、要素の三節点における水深の平均値を用いている。

次に、三角形要素の内接円直径寸法を要素寸法 Δx_2 と仮定し(図-3参照)、上に示した定義式から求まる Δx と比較した場合に Δx_2 の方が大きければ、その要素の重心位置に新たな節点を配置することにより、細分割を行う。この際に生成される要素は、一般に歪んだ形状を有するため、2. に示したアルゴリズムの 6) 以降の操作を行わなければならない。また、水深補間の際に新節点がどの仮要素内に存在するかを判定することが必要となるが、この判定条件については参考文献 2) を参照して頂きたい。

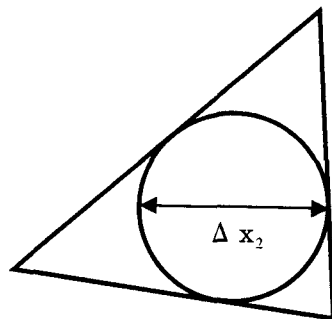


図-3 要素寸法 Δx_2

4. 結果と考察

図-4にこのモデルの等水深線図、図-5に $\Delta t = 5.0$ [s], Courant数 1.0 で求めた本要素生成図を示す。両方の図を比較すると、水深の浅い所では要素が密に生成されており、水深変化に応じた要素生成が行われていることが分かる。

本手法の特徴を列記すると次のようになる。

- ① 三角形要素の内接円直径寸法を要素寸法としているので、実際の要素寸法よりも小さく見積もることになり、Courant の安定条件を余裕をもって満足する。したがって、新しい節点のみを移動させても、この安定条件を満たさない要素が生成される可能性を従来の手法よりも低くすることが期待できる。
- ② 水深既知節点は、水深補間誤差をできる限り小さくするために移動させていない。
- ③ 偏平率法を使って要素の修正を行う際、ユーザーが最終節点数を決定できる。

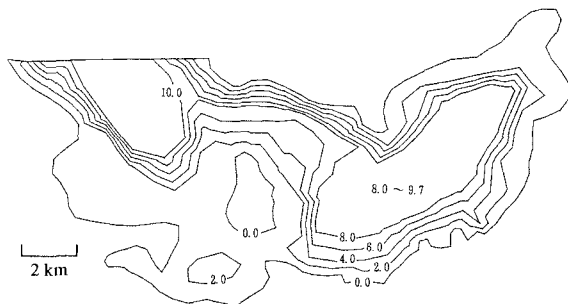


図-4 等水深線図 [単位: m]

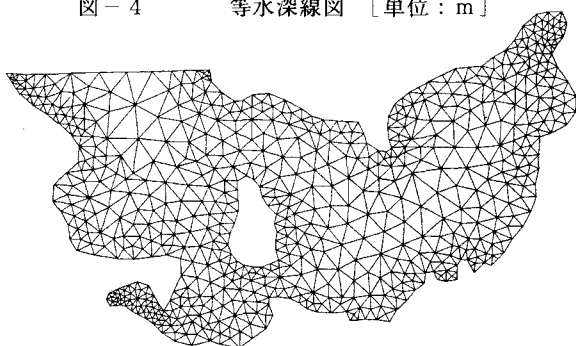


図-5 本要素生成図(節点数 700, 要素数 1209)

[参考文献]

- 1). 谷口, 太田 : 直線辺で構成される任意二次元領域へのデラウニー三角分割の適用, 土木学会論文集, No.432, pp.69-77, 1991.
- 2). 棚橋 隆彦 : GSMAC-FEM(数値流体力学の基礎と応用), 7化°-シ-, pp.845-846, 1991.