

大口径円筒構造物による2次近似回折波理論

名古屋大学大学院 学生会員 ○ 真田 武
 名古屋大学工学部 正会員 水谷法美
 名古屋大学工学部 正会員 岩田好一朗

1 はじめに：Green 関数を用いることによって Chau, Taylor(1992), や Kriebel(1990) などによって導かれた単一の円筒構造物による2次近似回折波ポテンシャルの厳密解は数学的には全ての境界条件を満足してはいるが、2次の自由波の分散関係式を満たす波数しか持っていないため、一般に拘束波となるべき2次成分の回折波が完全な自由波の形で表されている。また、1次の入射波と1次の回折散乱波との干渉波などに分離して表すことができないため、2次の回折散乱波の発生機構が分からないことや、ハイブリッド法により任意形状構造物に拡張できないなどの問題点がある。そこで、本研究ではグリーン関数を用いることなく、1次の MacCamy と Fuchs の解を直接2次近似に拡張し2次のポテンシャルの厳密解を誘導した。

2 理論解析：一定水深 d の海域に半径 a の鉛直な円柱が水面から突出して海底に固定されているものとし、波高 H_I 、角周波数 σ の規則波が入射する場合を考える。非圧縮性完全流体の非回転運動を仮定し、速度ポテンシャル $\Phi(r, \theta, z; t)$ が次式のように摂動展開できるものとする。

$$\Phi(r, \theta, z; t) = \varepsilon \phi_1(r, \theta, z) e^{-i\sigma t} + \varepsilon^2 \left\{ \phi_2(r, \theta, z) e^{-2i\sigma t} + \phi_2(r, \theta, z) \right\} \quad (1)$$

ここに、 $\varepsilon (= k_1 H_I / k_1; 1 \text{ 次 の 波 数 })$ である。 ϕ_1 は MacCamy と Fuchs により次式で与えられる。

$$\phi_1(r, \theta, z) = -\frac{ig}{2\sigma k_1} \frac{\cosh k_1(z+d)}{\cosh k_1 d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m A_m(k_1 r) e^{im\theta} \quad (2)$$

$$A_m(k_1 r) = J_m(k_1 r) - \alpha_m H_m^{(1)}(k_1 r) \quad \alpha_m = J'_m(k_1 a) / H_m^{(1)'}(k_1 a) \quad (3)$$

ϕ_2 は以下の基礎方程式、境界条件の解となる。

$$\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} - 4\nu \phi_2 = \frac{i\sigma}{2g} \left\{ 2 \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial r} \right)^2 + \frac{2}{r^2} \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial \theta} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 - \phi_1 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} + \frac{\sigma^2}{g} \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right\} \quad ; z = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 0 \quad ; z = -d \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial r} = 0 \quad ; r = a \quad (6)$$

ここに、 $\nu = \sigma^2/g$ である。式(2)～式(3)を式(5)に代入すると次式となる。

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} - 4\nu \phi_2 = -\frac{ig}{8\sigma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left\{ g_n^{II}(k_1 r) + g_n^{IS}(k_1 r) + g_n^{SS}(k_1 r) \right\} e^{in\theta} \quad ; z = 0 \quad (7)$$

$$g_n^{II}(k_1 r) = 3(\tanh^2 k_1 d - 1) J_n(2k_1 r) \quad (8)$$

$$g_n^{IS}(k_1 r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m J_{n-m}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) \quad C_m = 2 \left\{ \alpha_{m+1} - (3\tanh^2 k_1 d - 1) \alpha_m + \alpha_{m-1} \right\} \quad (9)$$

$$g_n^{SS}(k_1 r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} D_{n,m} H_{n-m}^{(1)}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) \quad (10)$$

$$D_{n,m} = - \left\{ \alpha_{n-(m+1)} \alpha_{m+1} - (3\tanh^2 k_1 d - 1) \alpha_{n-m} \alpha_m + \alpha_{n-(m-1)} \alpha_{m-1} \right\} \quad (11)$$

$\phi_2 = \phi_{2L}^{II} + \phi_{2L}^{IS} + \phi_{2L}^{SS} + \phi_{2F}^B$ として式(4),(6),(7)を解くと次式となる

$$\phi_{2L}^{II} = \frac{ig}{8\sigma} \frac{k_1^2 + \nu^2}{4\nu^3} \frac{\cosh 2k_1(z+d)}{\cosh 2k_1 d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n g_n^{II}(k_1 r) e^{in\theta} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \phi_{2L}^{IS} &= \frac{ig}{8\sigma} \frac{k_1^2 + \nu^2}{4\nu^3} \frac{\cosh 2k_1(z+d)}{\cosh 2k_1 d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n g_n^{IS}(k_1 r) e^{in\theta} \\ &+ \frac{ig}{8\sigma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left[\frac{\pi i}{4} Z_0 \frac{\cosh k_2(z+d)}{\cosh k_2 d} \left\{ M_{n,1}^{IS}(r) H_n^{(1)}(k_2 r) + M_{n,2}^{IS}(r) H_n^{(2)}(k_2 r) \right\} \right. \\ &\left. + \sum_{l=1}^{\infty} Z_l \frac{\cos \kappa_{2l}(z+d)}{\cos \kappa_{2l} d} \left\{ L_{n,l,1}^{IS}(r) K_n(\kappa_{2l} r) + L_{n,l,2}^{IS}(r) I_n(\kappa_{2l} r) \right\} \right] e^{in\theta} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \phi_{2L}^{SS} &= \frac{ig}{8\sigma} \frac{k_1^2 + \nu^2}{4\nu^3} \frac{\cosh 2k_1(z+d)}{\cosh 2k_1 d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n g_n^{SS}(k_1 r) e^{in\theta} \\ &+ \frac{ig}{8\sigma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left[\frac{\pi i}{4} Z_0 \frac{\cosh k_2(z+d)}{\cosh k_2 d} \left\{ M_{n,1}^{SS}(r) H_n^{(1)}(k_2 r) + M_{n,2}^{SS}(r) H_n^{(2)}(k_2 r) \right\} \right. \\ &\left. + \sum_{l=1}^{\infty} Z_l \frac{\cos \kappa_{2l}(z+d)}{\cos \kappa_{2l} d} \left\{ L_{n,l,1}^{SS}(r) K_n(\kappa_{2l} r) + L_{n,l,2}^{SS}(r) I_n(\kappa_{2l} r) \right\} \right] e^{in\theta} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\phi_{2F}^B = \frac{ig}{8\sigma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left[\frac{\pi i}{4} Z_0 \frac{\cosh k_2(z+d)}{\cosh k_2 d} E_{n,0} H_n^{(1)}(k_2 r) + \sum_{l=1}^{\infty} Z_l \frac{\cos \kappa_{2l}(z+d)}{\cos \kappa_{2l} d} E_{n,l} K_n(\kappa_{2l} r) \right] e^{in\theta} \quad (15)$$

ここに,

$$\begin{aligned} M_{n,1}^{IS}(r) &= \int_a^r s f_n^{IS}(k_1 s) H_n^{(2)}(k_2 s) ds, & M_{n,2}^{IS}(r) &= \int_r^\infty s f_n^{IS}(k_1 s) H_n^{(1)}(k_2 s) ds \\ L_{n,l,1}^{IS}(r) &= \int_a^r s f_n^{IS}(k_1 s) I_n(\kappa_{2l} s) ds, & L_{n,l,2}^{IS}(r) &= \int_r^\infty s f_n^{IS}(k_1 s) K_n(\kappa_{2l} s) ds \\ M_{n,1}^{SS}(r) &= \int_a^r s f_n^{SS}(k_1 s) H_n^{(2)}(k_2 s) ds, & M_{n,2}^{SS}(r) &= \int_r^\infty s f_n^{SS}(k_1 s) H_n^{(1)}(k_2 s) ds \\ L_{n,l,1}^{SS}(r) &= \int_a^r s f_n^{SS}(k_1 s) I_n(\kappa_{2l} s) ds, & L_{n,l,2}^{SS}(r) &= \int_r^\infty s f_n^{SS}(k_1 s) K_n(\kappa_{2l} s) ds \end{aligned} \quad (16)$$

$$f_n^{IS}(k_1 r) = k_1^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{C_{m+1} - 2C_m + C_{m-1}\} J_{n-m}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) \quad (17)$$

$$f_n^{SS}(k_1 r) = k_1^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{D_{n,m+1} - 2D_{n,m} + D_{n,m-1}\} H_{n-m}^{(1)}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) \quad (18)$$

k_2, κ_{2l} は, $4\nu = k_2 \tanh k_2 d = -\kappa_{2l} \tanh \kappa_{2l} d$ を満たす値であり, Z_0, Z_l は関数の直交性より, $E_{n,0}, E_{n,l}$ は円柱表面の不透過条件より求める定数である.

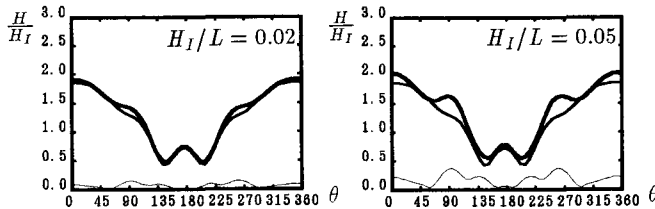


図-1 円筒周りの無次元波高分布

($k_1 a = 2.0, d/a = 1.0$, —; 1st, —; 2nd, —; Total)

3 計算結果: 図-1 は $k_1 a = 2.0, d/a = 1.0, H_I/L = 0.02, 0.05$ の場合についての円筒周りの無次元波高分布を示したものであり, $\theta = 0^\circ$ が円筒前面を表す. 波形勾配が大きくなるにつれて, 円筒前面, $\theta = 90^\circ, 270^\circ$ 付近で 2 次成分が顕著に現れていることがわかる.

4 参考文献: Chau, F.P. and Taylor, R.E. (1992): Second-order wave diffraction by a vertical cylinder, J. Fluid Mech. vol. 240 pp. 571-590; Kriebel, D.L. (1990): Nonlinear wave interaction with a vertical cylinder, Part I: Diffraction theory, Ocean Eng. vol. 17, No. 4, pp. 345-377