

## Boussinesq方程式を用いた浮体の動揺解析

名古屋工業大学 学生員 ○平岡 慎司  
 名古屋工業大学 学生員 山根 聰  
 名古屋工業大学 正会員 喜岡 渉

### 1. はじめに

非線形波動場の浮体の応答計算には、時間領域での計算方法として強非線形ポテンシャルモデル(例えば, Vinje・Brevig, 1981)およびストークス型の摂動展開に基づく弱非線形ポテンシャルモデル(Ng・Isaacson, 1993)の研究例があげられるが、計算効率などの点から不規則波に対して確立された解析方法とはなっていない。そこで本研究では、浮体まわりの波変形の解析に用いたBoussinesq方程式をさらに拡張して浮体の非線形動揺の解析手法を検討した。ここでは、強制動揺浮体すなわちradiation問題を取り扱い、得られた計算結果により解析手法の妥当性、特に長波近似の適用上の問題点と考えられるheavingに対する解析手法の有用性を示した。

### 2. 支配方程式

図-1に示すように座標軸をとり、水平床上の浮体構造物を考える。G $\bar{x}\bar{z}$ は浮体に固定した座標系である。浮体下の領域における基礎式は、次のように表される。すなわち、速度ポテンシャル $\Phi$ に対しラプラス方程式

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (1)$$

を満足し、浮体の動揺により変化する没水構造物表面 $S_w$ における運動学的境界条件

$$\nabla \Phi \cdot \mathbf{n} = V_n \quad (\text{on } S_w) \quad (2)$$

を満足する。ここで、 $\mathbf{n}$ は没水構造物表面 $S_w$ における浮体の法線方向ベクトルであり、 $V_n$ は没水構造物表面 $S_w$ における法線方向の浮体の動揺速度を示している。 $V_n$ については、浮体の位置ベクトル $\mathbf{X}$ と法線方向ベクトル $\mathbf{n}$ を用いて式(3)のように表される。

$$V_n = \dot{\mathbf{X}} \cdot \mathbf{n} \quad (3)$$

また、浮体の位置ベクトル $\mathbf{X}$ と法線方向ベクトル $\mathbf{n}$ については

$$\mathbf{X} = [X_1 + \bar{x}(\cos X_3 - 1) + \bar{z} \sin X_3, X_2 - \bar{x} \sin X_3 + \bar{z}(\cos X_3 - 1)] \quad (4)$$

$$\mathbf{n} = (\bar{n}_x \cos X_3 + \bar{n}_z \sin X_3, -\bar{n}_x \sin X_3 + \bar{n}_z \cos X_3) \quad (5)$$

と表すことができる。さらに、没水構造物表面 $S_w$ における圧力式と底面における運動学的境界条件はそれぞれ式(6), (7)である。

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi|^2 - \rho g z \quad (\text{on } S_w) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (z = -h) \quad (7)$$

ここで、式(3)および(6)については、固定浮体の没水構造物表面 $S_0$ まわりについて次のようにテイラー展開を行い数値計算の際に扱いやすいうようにした。

$$[\nabla \Phi + \mathbf{X} \cdot \nabla(\nabla \Phi) + \dots] \cdot \mathbf{n} = V_n \quad (\text{on } S_0) \quad (8)$$

$$(p)_{S_w} = (p + \mathbf{X} \cdot \nabla p + \dots)_{S_0} \quad (9)$$

以上より水深平均流速 $u$ を用いてBoussinesq方程式を導くと、連続式に対応する式が

$$\begin{aligned}
& \left[ u - \frac{(h+z)^2}{3} \nabla^2 u \right] \bar{n}_x - [(h+z) \nabla u] \bar{n}_z \\
& - \bar{n}_x \left[ \dot{X}_1 + z \dot{X}_3 - \dot{X}_2 X_3 - \frac{1}{2} \dot{X}_1 X_3^2 + \frac{1}{6} \dot{X}_2 X_3^3 \right] + \bar{n}_z \left[ \dot{X}_2 - \bar{x} \dot{X}_3 + \dot{X}_1 X_3 - \frac{1}{2} \dot{X}_2 X_3^2 - \frac{1}{6} \dot{X}_1 X_3^3 \right] \\
& + \bar{n}_x \left[ \frac{1}{2} X_3^2 u - \left( X_1 + X_3 \bar{z} + X_3 X_2 - \frac{3}{2} X_3^2 \bar{x} - \frac{1}{2} X_3^2 X_1 + (h+z) X_3 \right) \nabla u \right. \\
& \quad \left. + (h+z)(X_2 - X_3 \bar{x} - X_1 X_3) \nabla^2 u + \frac{(h+z)^2}{3} X_1 \nabla^2 \nabla u \right] \\
& + \bar{n}_z \left[ -X_3 \bar{u} + (X_2 - X_3 \bar{x} - X_1 X_3) \nabla u + (h+z) X_1 \nabla^2 u \right] \quad (on S_0)
\end{aligned} \tag{10}$$

であり、運動量式に対応する式が

$$\begin{aligned}
\frac{p}{\rho} &= \bar{p} - X_1 \left[ \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{3} (h+z)^2 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 u) + u \nabla u \right] \\
& - \left( \bar{z} X_3 - \frac{1}{2} X_3^2 \bar{x} \right) \frac{\partial u}{\partial t} \\
& + (X_2 - \bar{x} X_3) \left[ (h+z) \frac{\partial}{\partial t} (\nabla u) \right] \\
& - g \left( X_2 - \bar{x} X_3 + \frac{1}{6} X_3^3 \bar{x} - \frac{1}{2} X_3^2 \bar{z} \right) \quad (on S_0)
\end{aligned} \tag{11a}$$

である。ただし、 $\bar{p} = (p)_{S_0}$ については次式で決定される。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{(h+z)^2}{3} \left( \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} \right) + g \frac{\partial \bar{z}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = 0$$

(on  $S_0$ ) (11b)

### 3. 計算結果と考察

新たに誘導したBoussinesq方程式(10)および(11)について妥当性を検討するために図-1に示すような台形断面浮体を強制振動させた。数値計算には差分を用いたが、波動場領域と浮体下領域の境界点においては流速 $u$ および水位変動 $\eta$ を直接求めることができないので、予測・修正法を用いて計算を行うこととした。与えた強制振動は、片振幅が1cmで周期Tは1.2s～2.0sの正弦的なheavingを考えた。水深 $h$ は一定で20cmとし、浮体の側面の勾配は5:12で、浮体の幅が60cm、浮体の最大喫水深は $a=8.2$ cmである。

図-2は周期が2.0sのケースにおける浮体直前および浮体直後の時間波形を示している。これによると、浮体の正弦的な動揺に対して、ほぼ正弦的な波を造波していることが確認できる。

### 4. おわりに

本研究では、浮体まわりの波変形の解析に用いたBoussinesq方程式を拡張して強制振動浮体を取り扱い、heavingに対する解析手法の有用性を示した。浮体の動揺は、各時間ステップについて振動方程式を組み込むことにより計算することが可能であり、現在検討中である。

### 参考文献

Ng,J.Y.T and M.Isaacson (1993) :Appl.Ocean Res,Vol.15,pp.95-105.

Vinje,T and P.Brevig (1981) :Proc.3rd Int.Conf on Numerical Ship Hydrodynamics,pp.257-268

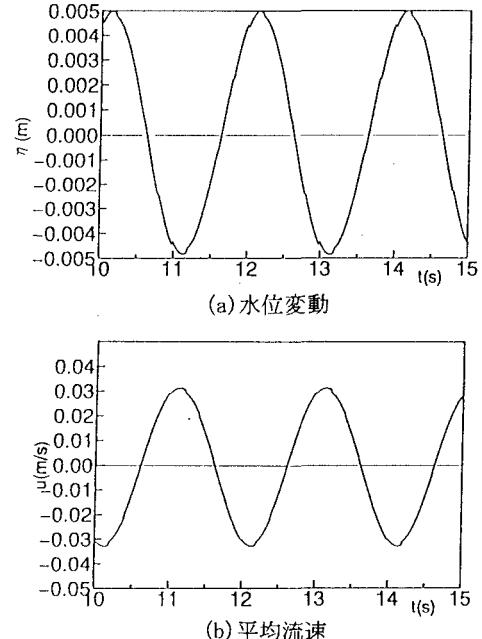


図-2 浮体近傍の時間波形