直交異方性板の自由辺近傍の亀裂の解析法に関する研究

岐阜大学工学部　○学生員　土居　亮太
（株）　熊谷組　　正会員　長瀬　裕信
岐阜大学工学部　　正会員　中川　建治

1. まえがき

近年、複合材料の研究開発が進むにつれて異方性を示す直交異方性体の内部空隙や亀裂の解析がますます重要な問題となっている。土木工学の分野ではこの種の問題はいわゆるインターフェイスクラック問題であり、例えば異方性を示す岩盤に内在する亀裂の応力集中や地盤中に薬液注入したときの割裂浸透や注水による岩盤破砕問題などがあげられる。

工学的な研究が期待されるこれらの問題では、亀裂先端で応力が無限大となる解が活用されるなど工学的に不合理な点がある。また、ＦＥＭなどの数値解析では応力の急変化を表現し難いなどの点があげられる。

本研究は、直交異方性板の自由辺近傍にある直線状の亀裂先端で亀裂開口状況と自由辺の効果を表現できる有限で滑らかな応力分布を与える特異解を導き得たのでここに報告する。

2. 解析モデルと基礎式

図－1に示すように$\xi=\xi_0$で自由辺となっている半無限の直交異方性板内に自由辺に平行する一本の亀裂があるモデルを考える。

直交異方性体の基本式は(1)式で表される。

$$(B_{Xj}\partial^4/\partial X_j^4+2\kappa_j\sqrt{(B_{Xj}B_{Yj})}\partial^4/\partial X_j^2\partial Y_j^2+B_{Yj}\partial^4/\partial Y_j^4)W_j(X,Y)=0 \quad \cdots\cdots (1)$$

一般解は変数Z_kの任意関数$f_1(Z)$～$f_4(Z)$によって

$$W(X,Y)=f_1(Z_1)+f_2(Z_2)+f_3(Z_3)+f_4(Z_4) \quad \cdots\cdots (2)$$

と表わされる。さらに主軸座標変換をして変形する。式が複雑になるので直交異方性のパラメータからなる係数α_k、β_kを用いて変数Z_kよりz_kを定義する。

$$\begin{aligned} Z_k &= (\alpha_k+i\beta_k)(P_k\xi+i\eta) \\ &= (\alpha_k+i\beta_k)z_k \end{aligned} \quad (3)$$

κ：ねじり定数

ω：最弱軸からの反時計方向角

一般解$Z_k(k=1,2)$のかわりにこれと同等な次式に示す任意関数z_kを用いて解析すると、境界条件を導入する場合に表現が簡単になる。

$$z_1=P_1\xi+i\eta=p_1\xi+i(q_1\xi+\eta)$$

$$z_2=P_2\xi+i\eta=p_2\xi+i(q_2\xi+\eta)$$

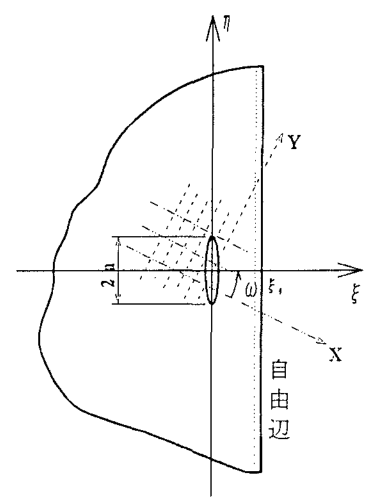

図-1　解析モデル

開口関数を複素定数D_1, D_2を用いて$D_1f(z_1)$, $D_2f(z_2)$とすると応力関数Wは$W=D_1f(z_1)+D_2f(z_2)$とあらわされる。ここで関数fは開口部近傍で滑らかな変位と応力を表現できる関数である。$\xi=\xi_0$線上で$\sigma_\xi=0$を実現するためには直交異方性の性質上ただ単にξ軸上を$2\xi_0$移動して符号を反転して重ね合わせるだけでは不都合である。$D_kf(z_k)$にたいして、$-D_kf(z_k-2p_k\xi_0)$を重ね合わせなければならない。

一方、$\xi=\xi_0$線上で$\sigma_\xi=0$であるが、$D_kf(z_k)$により$\xi=\xi_0$線上のせん断力$\tau_{\xi\eta}$は2倍になる。このせんん断力を打ち消す曲面W_1を以下の式で定義する。

$$W_1=C_1[f\{z_1-(P_1+\bar{P}_1)\xi_0\}-f\{z_2-(P_2+\bar{P}_1)\xi_0\}]+C_2[f\{z_2-(P_2+\bar{P}_2)\xi_0\}-f\{z_1-(P_1+\bar{P}_2)\xi_0\}]$$

$C_1=c_1+i\gamma_1$　$C_2=c_2+i\gamma_2$　とする。この曲面は$\xi=\xi_0$上で$\sigma_\xi=0$を満足している。
$\xi=\xi_0$上で$\tau_{\xi\eta}=0$の条件からC_1, C_2を決定できる。
自由辺近傍の亀裂を表現しうる応力関数は無限板の中央に一本の亀裂がある解に$\xi=\xi_0$線上で生じている応力を打ち消して$\sigma_\xi=0$. $\tau_{\xi\eta}=0$を満足させる解W. W_1を重ね合わせたものである。著者等が提案している重み積分法によりプロセスゾーンで滑らかな開口変位と有限の応力を表現できる。

3.計算例

異方性の岩盤内に内在する亀裂を想定する。亀裂の長さ 2a=2cm プロセスゾーン長さ b=0.3cmとし弾性係数を $Bx=25000\ Kg/cm^2$ $By=50000\ Kg/cm^2$ ねじり定数$\kappa=0.6$ ポアソン比$\nu=0.25$とする。自由辺までの距離を亀裂長さと等しいものとして主軸角度を30度の場合の計算結果(変位u. σ_ξ, $\tau_{\xi\eta}$)を図-2～4に示す。この場合の曲面は亀裂に内圧($1Kg/cm^2$)が作用しているものとなる。図 -5 には自由辺までの距離を変化させた場合の結果で、自由辺に接近するほど応力の集中が大きくなることが分かる。図 -6 には主軸角度と応力の関係を示す。これらの例は単独亀裂であるが、複数の亀裂を接近させることも可能である。

4.まとめ

自由辺をもつ直交異方性板内の亀裂近傍の応力を求める解析解を誘導し、計算例を示した。この方法によれば他の数値解析法では表現し難い亀裂近傍の応力急変化を求めることができる。任意の主軸傾きや自由辺までの距離を考慮できるため応用範囲が広く、異方性を示す岩盤や複合材料の亀裂の解析に適用可能である。この方式によって引張力、せん断力、X.Y軸曲げが作用している解も誘導し得る。

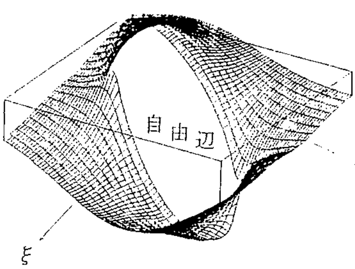

図-2　変位　u

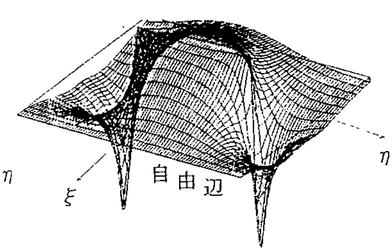

図 -3　応力σ_ξ

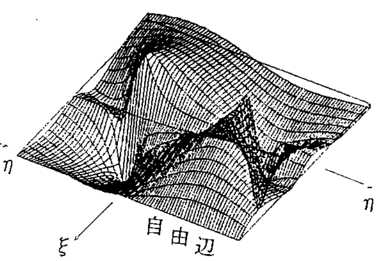

図 -4　応力$\tau_{\xi\eta}$

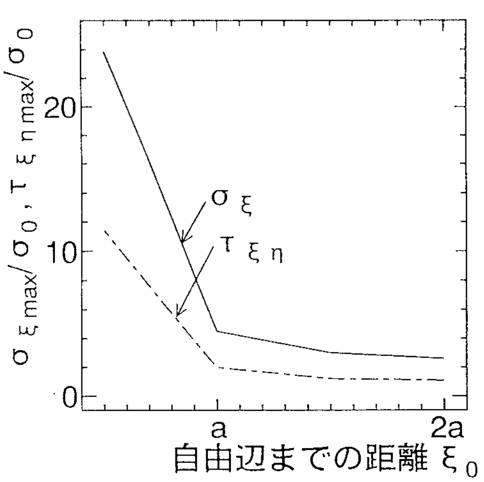

図-5　自由辺への近接効果

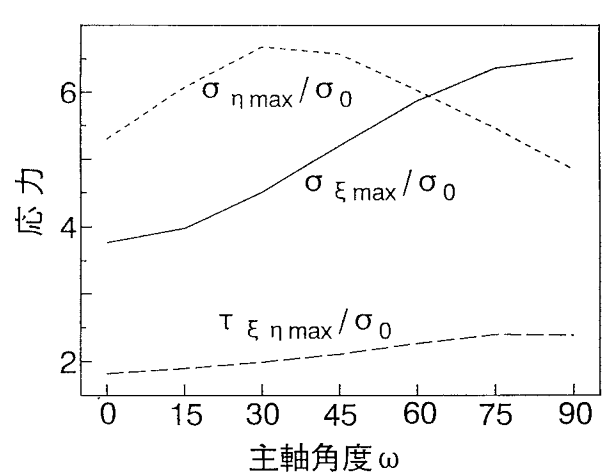

図-6　主軸角度と応力