

薄板の曲げの変位拘束部に発生した剥離

○ 山田 正俊 (名古屋工業大学大学院)

三輪 昌弘 (J R 東海)

長谷部 宣男 (名古屋工業大学)

中村 卓次 (名古屋工業大学)

1. はじめに

構造物の切欠きなど形状の急変部、異種材料の接合など部分的変位拘束部では、応力状態は一様にならない。また、異種材料の接合の自由部分と拘束部分の境界で、無限大の応力集中が考えられ、剥離進展の可能性がある。ここでは、剛体介在物や部材交差部の境に発生した剥離の応力特性について述べる。

2. 剥離先端の応力の強さ

写像関数と複素応力関数で表示した剥離先端の応力の強さの式を導く。図-1のように、材料1と材料2の接合を考える。ここで、点 Z_A および点 Z_B は剥離先端である。また材料 j ($j=1, 2$)を写像関数 $z_j = \omega(\zeta_j)$ により z_j -平面 (物理面) から図-2の ζ_j -平面 (単位円内) に写像する。このとき応力関数 $\Phi_j(z_j)$ は $\Phi_j(\zeta_j)$ に、剥離点 $z_j = Z_A, Z_B$ は $\zeta_j = \alpha, \beta$ に写像される。 $z_j = Z_A, z_j = Z_B$ の2点を接合面の両端とする問題の複素応力関数 $\Phi_j(z_j)$ は次式で表せる。

材料1 (D_1, ν_1) ↑ Y

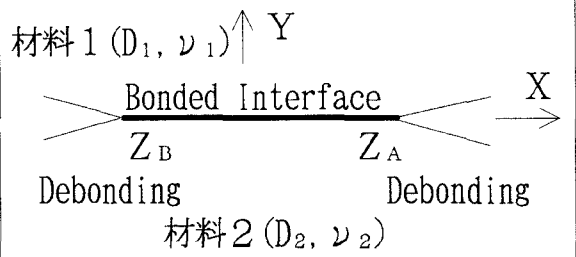


図-1 異種接合部

$\zeta_j = \alpha, \beta$ に写像される。 $z_j = Z_A, z_j = Z_B$ の2点を接合面の両端とする問題の複素応力関数 $\Phi_j(z_j)$ は次式で表せる。

$$\Phi_j(z_j) = X_j(z_j)f_j(z_j) + f_{j0}(z_j) \quad (1)$$

ここで $X_j(z_j)$ はPlemelj関数で、 $X_j(z_j) = (z_j - Z_A)^{1-\lambda_j} (z_j - Z_B)^{\lambda_j}$ と表せる。

$\lambda_j = 0.5 - i \frac{\ln g_j}{2\pi}$ 、 g_j は材料定数により決まる定数である。また、 $f_j(z_j)$ 、 $f_{j0}(z_j)$ は

領域内で正則な関数である。

ここで $z_j = Z_B$ 側での剥離先端の応力強度を考える。式(1)の導関数で、 $z_j = Z_B$ で特異性を示さない部分を $z_j = Z_B$ のまわりでTaylor展開すると、

$$\Phi_j'(z_j) = (z_j - Z_B)^{\lambda_j-1} \sum_{m=0}^{\infty} \beta_{jm} (z_j - Z_B)^m + \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_{jm} (z_j - Z_B)^m \quad (2)$$

ここで β_{jm} 、 ϵ_{jm} は定数。また z_j が Z_B の近傍では、(2)式は次式で近似できる。

$$\Phi_j'(z_j) = \beta_{j0} (z_j - Z_B)^{\lambda_j-1} = \frac{\tilde{\beta}_{j0} \exp(\pi \delta_j)}{2\sqrt{2}D_j(1+\nu_j)} (z_j - Z_B)^{\lambda_j-1} \quad (3)$$

$\Phi_j'(z_j) = \Phi_j'(\zeta_j)/\omega'(\zeta_j)$ および $\Phi_j'(\zeta_j) = (\zeta_j - \alpha)^{-\lambda_j} (\zeta_j - \beta)^{\lambda_j-1} g_j(\zeta_j) + g_{j0}(\zeta_j)$ を式(3)に代入し $z_j \rightarrow Z_B$ とすると $\tilde{\beta}_{j0} = 2\sqrt{2}D_j(1+\nu_j)\exp(-\pi\delta_j) \lim_{z_j \rightarrow Z_B} (z_j - Z_B)^{1-\lambda_j} \Phi_j'(z_j)$

$$= 2\sqrt{2}D_j(1+\nu_j)\exp(-\pi\delta_j) \frac{[\omega'(\beta)(\beta-\alpha)]^{1-\lambda_j} g_j(\beta)}{\omega'(\beta)(\beta-\alpha)} \exp\{i(1-\lambda_j)(\theta_\alpha - \theta_\beta)\} \quad (4)$$

ただし、 ζ_R を接合面上の点として、 $\theta_\beta = \lim_{\zeta_R \rightarrow \beta} [\arg(\zeta_R - \beta)]$ 、 $\theta_\alpha = \arg(\beta - \alpha)$ である。

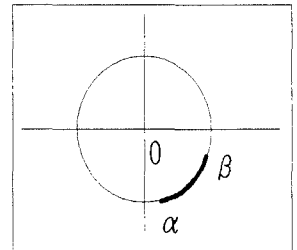


図-2 単位円

$(\theta_\alpha - \theta_\beta)$ は Plemelj 関数に起因し唯一つ決まる。解析領域が単位円の中にある場合、円弧 $\alpha\beta$ に対する中心角 $s = \angle\alpha O\beta$ を用いて次のようになる。

$$\theta_\alpha - \theta_\beta = -\pi - \frac{s}{2} \quad (0 < s < 2\pi)$$

式(4)で表せる $\tilde{\beta}_{j0}$ は剥離先端での応力の強さを表す係数で、これを剥離先端の応力の強さと呼ぶことにする。

また、剥離進展軸上の応力表示は $\theta=0$ として、次式のようになり、剥離先端での応力の強さが $|\tilde{\beta}_{j0}|$ で表されているのがわかる。 $\theta_{\beta j0}$ は $\tilde{\beta}_{j0}$ の偏角である。

$$M_{Xnj} = \frac{1}{\sqrt{2r(1+\nu_j)}} \left\{ (1-\nu_j) \cosh \pi \delta_j - 2(1+\nu_j) \sinh \pi \delta_j \right\} |\tilde{\beta}_{j0}| \cos(\theta_{\beta j0} - \delta_j \ln r)$$

$$M_{Ynj} = \frac{-(3+\nu_j)}{\sqrt{2r(1+\nu_j)}} \cosh \pi \delta_j |\tilde{\beta}_{j0}| \cos(\theta_{\beta j0} - \delta_j \ln r)$$

$$M_{XnYnj} = \frac{1}{\sqrt{2r(1+\nu_j)}} \left\{ (1+\nu_j) \cosh \pi \delta_j - 2 \sinh \pi \delta_j \right\} |\tilde{\beta}_{j0}| \sin(\theta_{\beta j0} - \delta_j \ln r)$$

3. 解析および結果

図-4の無限遠方で一様曲げモーメントを受ける、半楕円状の剛体介在物を有する薄板を考える [1]。楕円の長軸および短軸を a 、 b とし、剥離先端までの距離を c とする。B 点の剥離先端での応力の強さを次で無次元化する。

$$F_a = \frac{|\tilde{\beta}_{j0}|}{M_0 \sqrt{a}} \quad F_b = \frac{|\tilde{\beta}_{j0}|}{M_0 \sqrt{b}}$$

F_a は a を一定、 F_b は b を一定としたものである。

図-5 (a) (b) に F_a 、 F_b 値を示す。剥離長さが大きくなると、剥離先端の応力の強さも増加している。よって剥離が一旦発生すると、止まることなく進展する。

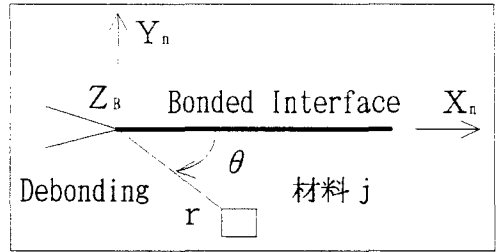


図-3 座標系

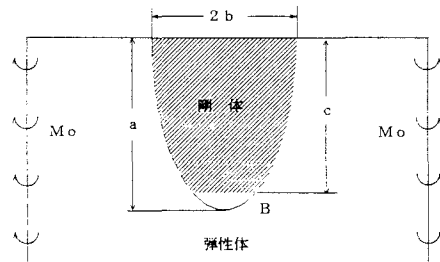


図-4 半楕円形状剛体介在物を有する薄板

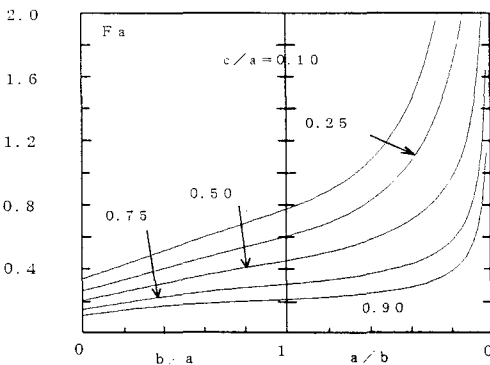


図-5 (a) F_a の値

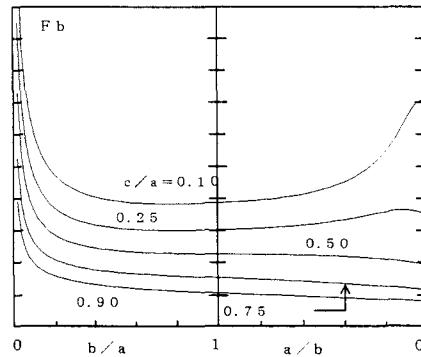


図-5 (b) F_b の値

[参考文献] [1] 山田正俊、長谷部宣男、中村卓次、三輪昌弘、村瀬義昭：2ヶ所変位拘束を受ける薄板の曲げ問題、日本機械学会 平成6年度材料力学部門講演会講演論文集(A)