容量制約のないネットワークデザイン問題の近似解法

金沢工業大学　○ 岩田　実
金沢工業大学 正員　片山　直登
金沢工業大学　中西　昌弘
金沢工業大学　宮本　昌幸

1．はじめに

容量制約のないネットワークデザイン問題は，リンクの容量を持たないネットワークにおいて，リンクの設置費用と各OD(始点終点)間のフロー費用の総和を最小にするようなネットワークの形状を求める問題である．この問題は，NP-完全であることが知られており，Scott[1],Dinnoe[2]らによって，Forward型,Backward型の近似解法が提案されている．本研究では，この問題に対して，ＬＳ法(Life Span Method)を用いた近似解法を提案する．また，数値実験により，ＬＳ法が容量制約のないネットワークデザイン問題の有効な近似解法であることを示す．

2．問題の定式化

容量制約のないネットワークデザイン問題は次のように表される．

$$min \sum_{(i,j)\in L} \sum_{m\in M} (c^m_{ij}\cdot y^m_{ij} + c^m_{ji}\cdot y^m_{ji}) + \sum_{(i,j)\in L} a_{ij}\cdot x_{ij} \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{j\in N} y^m_{jn} - \sum_{i\in N} y^m_{ni} = d^m_n \quad m\in M, n\in N \quad (2)$$

$$y^m_{ij} \leqq x_{ij} \quad m\in M, (i,j)\in L \quad (3)$$

$$y^m_{ji} \leqq x_{ij} \quad m\in M, (i,j)\in L \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (i,j)\in L \quad (5)$$

$$y^m_{ij} \in \{0,1\}, y^m_{ji} \in \{0,1\} \quad m\in M, (i,j)\in L \quad (6)$$

N　:ノードの集合
L　:リンクの集合
M　:ODペアの集合
a_{ij} :リンク(i,j)の設置費用
c^m_{ij} :リンク(i,j)上にiからjへODペアmのフローが流れたときに発生する費用
d^m_n :ノードnがODペアmの始点であれば-1，終点であれば1，それ以外の場合は0となる定数
x_{ij} :リンク(i,j)の設置の有無を表す0-1変数
y^m_{ij} :リンク(i,j)上をODペアmのフローが流れるか否かを示す0-1変数

(1)式は目的関数であり，リンクの設置費用と各OD間のフロー費用の総和を最小化することを表している．(2)式はフローが保存されることを表している．(3),(4)式はリンクを流れるフローの制限を表しており，ノードi•j間にリンク(i,j)が設置されたときは，フローを流すことができることを示す．(5)式および(6)式はx_{ij}, y^m_{ij}が0-1変数であることを表している．

3．ＬＳ法

ＬＳ法は，近年，最大クリーク問題や巡回セールスマン問題などの組合せ最適化問題の近似解法として提案された近似解法[3]である．

この解法は，現在の試行解に加えたリンク，または試行解から除いたリンクは，一定期間，近傍解の候補集合から除く方法である．このため，局所最適解より脱出できる解法である．

一般的にＬＳ法に用いることができる近傍解を求める方法は，リンクを1本取り除いて他のリンクを1本つけ加えるローカルサーチ法である．ローカルサーチ法を用いれば，解の精度は良いが計算時間が非常に長くなることが分かっている．従って，計算時間を短縮するＬＳ法の近傍解の探索法を提案する．この近傍解探索法は，次の2つの操作を交互に繰り返す方法である．

1)現在の解より解が改悪されるまでForward法を行う．
2)現在の解より解が改悪されるまでBackward法を行う．

［ＬＳ法のアルゴリズム］

step1　リンクの長さをa_{ij}としたネットワーク上の最小木に含まれるリンク(i,j)について，$x_{ij}=1$とする．繰り返し回数 i を0とし，すべてのリンクについてライフスパン値L_{ij}を0とし，繰り返し回数をＩ，タブ値をＴとする．

step2　$i=i+1$とし$i\geqq I$のとき終了．

step3　$L_{ij}=0$かつ$x_{ij}=0$であるリンクの集合の中で，$x_{ij}=1$としたときの目的関数値の減少量を最大にするリンク(i,j)に対して，$x_{ij}=1$，$L_{ij}=T$とする．

step4　すべてのリンクに対して，$L_{ij}>0$であれば，$L_{ij}:=L_{ij}-1$とする．

step5　目的関数値が減少した場合はstep2へ，減少しない場合はstep6へ．

step6　$i=i+1$とし$i\geqq I$のとき終了．

step7　$L_{ij}=0$かつ$x_{ij}=1$であるリンクの集合の中で，$x_{ij}=0$としたときの目的関数値の減少量を最大にするリンク(i,j)に対して，$x_{ij}=0$，$L_{ij}=T$とする．

step8　すべてのリンクに対して，$L_{ij}>0$であれば，$L_{ij}:=L_{ij}-1$とする．

step9　目的関数値が減少した場合はstep6へ，減少しない場合はstep2へ．

ただし，step3,step7における目的関数値の減少量は正とは限らない．

4．数値実験

ノード数10～70のネットワークにおいて，提案した解法を用いて数値実験を行った．ODペアはすべてのノード間として，平面上にノードをランダムに発生させ，各ノードのユークリッド距離をc^{π}_{ij}とし，$a_{ij}=10\cdot c^{\pi}_{ij}$とした．各ノード数で10問ずつ解き，平均値を求めた．なお，計算にはGS-486/66(intel 486-66),NDP-FORTRANｺﾝﾊﾟｲﾗを使用した．また，実験で使用したタブ値と繰り返し回数を表1に示す．

表1.　タブ値と繰り返し回数

ノード数	タブ値T	繰り返し回数Ｉ
10	5	100
20～40	15	250
50～70	30	250

表2.　近似解法の誤差　　(%)

ﾉｰﾄﾞ数	ﾘﾝｸ数	LS法	forward	backward
10	45	0.64	2.42	0.84
20	190	1.11	1.92	1.35
30	435	1.19	1.92	1.67
40	780	1.20	2.05	1.56
50	1225	1.41	1.75	1.55
60	1770	1.64	1.99	1.70
70	2415	1.70	2.05	1.77

表3.　計算時間　　(seconds)

ﾉｰﾄﾞ数	LS法	forward	backward
10	24	2	3
20	189	9	92
30	859	96	1004
40	2592	517	5488
50	7771	1860	20363
60	16517	5413	59685
70	27374	12860	62345

数値実験により，表2,3に示す結果が得られた．ただし，誤差＝100×(上界値－下界値)/下界値とする．ここで，下界値は[4]で求めた値を使用した．精度に注目すれば，どのノード数においてもＬＳ法による解が他の2つの解法による解に比べて最も良い．計算時間では，ほとんどのノード数においてＬＳ法はForward法よりも遅く，Backward法よりも速い．Forward法による解の誤差が比較的大きいことやＬＳ法での繰り返し回数の設定を考慮すれば，今回の数値実験においては，ＬＳ法が比較的短時間で良い解を生成する近似解法であると思われる．

5．おわりに

容量制約のないネットワークデザイン問題に対して，ＬＳ法を用いた近似解法を提案した．また，数値実験によって，Forward法やBackward法と比べて良い解を得ることができた．

参考文献

[1]Scott,A.J.:"The Optimal Network Probrem: Some Computational Procedures,"Trans.Res., Vol.3,pp.201-210,1969.
[2]Dionne,R.and Florian,M.:"Exact and Approximate Algorithms for Optimal Network Design,"Networks,Vol.9,No.1,pp.37-59, 1979.
[3]M.Kubo et al,:"The Life Span Method - A New Variant of Local Search -",Tokyo University of Mercantile Marine,Technical Report No.1,1993.
[4]片山直登：「ラグランジュ緩和法を用いた容量制約のないネットワークデザイン問題の解法」，土木計画学研究・論文集，No.11, pp.105-111，1993.