

変換応力テンソルに基づく構成式による粘土の挙動の解析

岐阜大学 正会員 岡 二三生 岐阜大学 正会員 八嶋 厚
岐阜大学大学院 学生会員 奥村 浩 岐阜大学大学院 学生会員 高橋 英俊
○ 岐阜大学大学院 学生会員 杉江 善信

1. はじめに

既に岡⁽¹⁾、岩木⁽²⁾は、応力履歴の中でも特に土材料に大きな影響を与える現在の応力状態に依存する擬似異方性に注目し、新たな変換応力テンソルを導き、それに基づき π 面上での応力方向とひずみ速度方向の不一致を説明した。本報告では実験結果よりこの変換応力テンソルの有効性を検討した。

2. 異方応力履歴を考慮した変換応力テンソル

材料の特性面を表現するテンソルである A_{ij} はある時点の応力状態を示すものであり、これを履歴テンソル A_{ij}^* に拡張する。ただし、この核関数 $K(z)$ は、減退記憶の原理を満たすものとする。

$$A_{ij}^* = \int_0^z K(z-z') A_{ij}(z') dz' \quad dz = (d\epsilon_{ij}^{vp} \cdot d\epsilon_{ij}^{vp}) \quad (1)$$

K : 材料の履歴の記憶に関する核関数

3. 現在の応力状態による擬似異方性を表現できる変換応力テンソル

応力履歴テンソル A_{ij}^* の $K(z)$ がデルタ関数 $\delta(z)$ に等しいとき、 A_{ij} は現在の応力状態のみによる関数になる。変形過程での応力状態に対する特性面として、松岡・中井の空間滑動面(SMP)⁽³⁾を用いた。

$$A_{ij}^* = A_{ij} \quad A_{ij} = n_i \otimes n_j \quad n_i = \sqrt{\frac{I_3}{I_2 \sigma_i}}$$

$I_3 (= \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3)$: 第三不変量、 $I_2 (= \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)$: 第二不変量、 n_i はSMPに垂直な単位ベクトル

変換応力テンソルを A_{ij} と σ_{ij} の関数と仮定する。等方関数の定理より A_{ij}, σ_{ij} に関して一次の項のみを考えると、変換応力テンソルは次式のように表される。

$$\sigma_{ij}^A = \alpha A_{ij} + \beta \sigma_{ij} + \gamma (A_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} A_{kj}) + \zeta \delta_{ij} \quad (2)$$

β, γ は材料定数、 α, ζ は共同不変量($\alpha = \hat{\alpha}(A_{mn} \sigma_{mn}), \zeta = \hat{\zeta}(A_{mn} \sigma_{mn}, \sigma_{mn})$)の関数

4. π 面上での応力方向とひずみ速度方向の相似性の破れ

π 面上において応力方向とひずみ速度方向は三軸圧縮および伸張状態以外一致しない相似性の破れが知られている。この相似性の破れを変換応力テンソルを用いた構成式で表現する。次式は変換応力テンソルを用いた弾粘塑性構成式でのひずみ速度である⁽¹⁾⁽²⁾。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = C_{o1} \frac{\langle \Phi'_1(F^A) \rangle \Phi_2^A(\xi)}{\sigma_m'^A} \frac{S_{ij}^A}{\sqrt{2J_2^A}} + C_{o2} \frac{\langle \Phi'_1(F^A) \rangle \Phi_2^A(\xi)}{\sigma_m'^A} (\tilde{M}^A - \frac{\sqrt{2J_2^A}}{\sigma_m'^A}) \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (3)$$

C_{o1}, C_{o2} : 粘塑性パラメータ Φ'_1, Φ_2 : 第一, 第二材料関数

各軸ひずみ速度成分を書き下すと

$$\dot{\epsilon}_1^{vp} = \dot{\epsilon}_{11}^{vp} = C_{o1} \Phi \frac{S_{11}^A}{\sqrt{2J_2^A}} + \chi \quad \dot{\epsilon}_2^{vp} = \dot{\epsilon}_{22}^{vp} = C_{o1} \Phi \frac{S_{22}^A}{\sqrt{2J_2^A}} + \chi \quad \dot{\epsilon}_3^{vp} = \dot{\epsilon}_{33}^{vp} = C_{o1} \Phi \frac{S_{33}^A}{\sqrt{2J_2^A}} + \chi \quad (4)$$

$$\Phi = \frac{\langle \Phi'_1(F^A) \rangle \Phi_2^A(\xi)}{\sigma_m'^A} \quad \chi = C_{o2} \frac{\langle \Phi'_1(F^A) \rangle \Phi_2^A(\xi)}{\sigma_m'^A} (\tilde{M}^A - \frac{\sqrt{2J_2^A}}{\sigma_m'^A}) \frac{1}{3} \delta_{ij}$$

(4) 式で各ひずみ増分成分で相違な所は S_{ij}^A のみである。 S_{ij}^A は、次式に示す。

$$S_{ij}^A = [\alpha A_{ij}^D + \beta S_{ij} + \gamma (A_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} A_{kj})]_{(deviatoric\ component)} \quad (5)$$

$$A_{ij}^D = A_{ij} - \frac{1}{3} A_{mm} \quad A_{ij} = \frac{I_3}{I_2} \sqrt{\frac{1}{\sigma_i \sigma_j}} \quad A_{mm} = A_{11} + A_{22} + A_{33}$$

π 面上での応力方向、 π 面上の粘塑性ひずみ増分方向を定義する (Fig.1)。

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{3}(\sigma_2 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_2) + (\sigma_1 - \sigma_3)}$$

$$\tan \theta' = \frac{\sqrt{3}(d\epsilon_2^{vp} - d\epsilon_3^{vp})}{(d\epsilon_1^{vp} - d\epsilon_2^{vp}) + (d\epsilon_1^{vp} - d\epsilon_3^{vp})}$$

(4) 式、(5) 式及び、粘塑性ひずみ増分方向の定義より $\tan \theta'$ は次式のように表せる。

$$\tan \theta' = \frac{\sqrt{3} \left\{ 3\alpha \left(\frac{I_3}{I_2} \right)^2 \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_2 \sigma_3} \right) + \beta (\sigma_2 - \sigma_3) \right\}}{3\alpha \left(\frac{I_3}{I_2} \right)^2 \left\{ \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1 \sigma_2} \right) + \left(\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\sigma_1 \sigma_3} \right) \right\} + \beta \{ (\sigma_1 - \sigma_2) + (\sigma_1 - \sigma_3) \}} \quad (6)$$

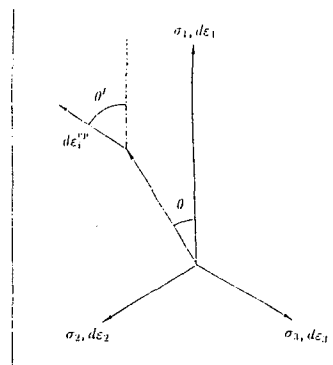


Fig.1 応力方向とひずみ増分方向の定義

5. 解析結果と考察

解析の対象としたのは、中井ら⁽⁴⁾が藤の森粘土 ($W_L = 41\%$, $W_P = 23\%$, $G_S = 2.67$) で行った応力比一定試験である。Fig.2 は実験より求められたひずみ増分 ($d\epsilon_1, d\epsilon_2, d\epsilon_3$) から、ひずみ増分方向 $\tan \theta'$ を求めた。Fig.2 から π 面上において三軸圧縮および伸張状態以外は、応力方向とひずみ増分方向の相似性がない事がわかる。Fig.3 は、変換応力テンソルを導入したモデルによるひずみ増分方向の結果である。 $\alpha/\beta = -1.2$ とし三主応力より、ひずみ増分方向 $\tan \theta'$ を求めた。Fig.2、Fig.3、双方とも三軸圧縮および伸張状態以外は、応力方向とひずみ増分方向の相似性の破れがみられる。よって、変換応力テンソルを用いた構成式の有効性が認められた⁽¹⁾⁽²⁾。

6. 謝辞

データを提供していただいた名工大教授中井照夫先生に感謝いたします。

参考文献

- (1) Oka, F. (1993): Mechanics of Materials Vol.16, pp.47-53.
- (2) 岩木宏, (1992): "自然粘土の異方応力履歴依存変形特性に関する研究", 岐阜大学大学院修士論文
- (3) Matsuoka, H., Nakai, T. (1977): 9th ICSMFE, Proc. Speciality Session No.9, pp.153-162.
- (4) Nakai, T., Matsuoka, H. et al. (1986): Soil and Foundations, Vol.26, No.4, pp.67-78.

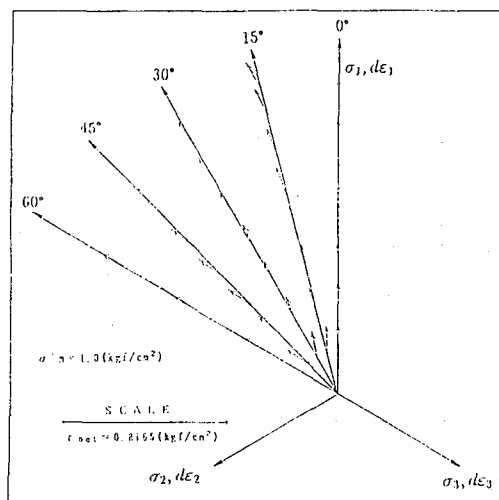


Fig.2 応力比一定試験結果

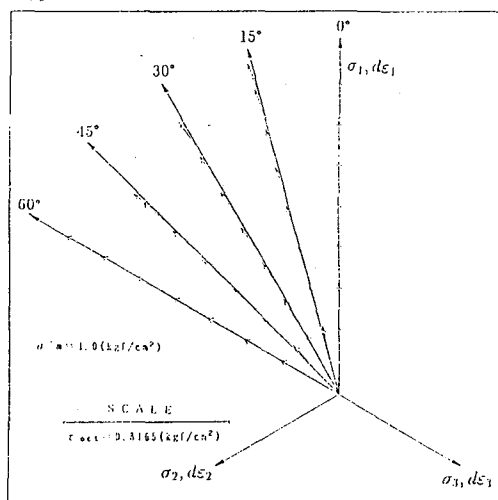


Fig.3 変換応力テンソルを導入したモデルによる結果