過渡水波による浮体の共振応答について

豊橋技術科学大学　建設工学系　正会員　青木 伸一
大阪大学工学部　土木工学科　正会員　椹木　亨

1．まえがき

近年数多く建設されているマリーナにおいては，漁船やパワーボートなどによる航走波によって，係留中のヨットのマストが絡みあったり，人が転落するなどの事故が報告されている．浮体の動揺を考慮して港内の静穏度を評価する場合でも，通常は規則波による定常応答のみを対象とする場合が多く，航走波のような過渡水波による応答は検討されないことが多い．波の周波数が動揺の共振周波数に近い場合には，共振状態に達するまでにある程度のなじみ時間が必要であるため，継続時間の短い過渡水波では規則波の場合と共振応答が異なることが予想される．本研究ではこのような点に着目し，航走波の卓越周期が係留浮体の横揺れ (Roll) の固有周期に近い場合を想定し，過渡的な波（波群）による共振応答が，規則波による定常状態での共振応答とどのように異なるかに焦点を絞って検討した．ただし，外力や応答系における非線型性については無視している．

2．浮体の動揺計算法

（1）横揺れの運動方程式：簡単のために運動モード間の連成を無視し，さらに航走波は卓越した周波数ωを有するものとすれば，横揺れに関する運動方程式は次のように表すことができる．

$$M(\omega)\ddot{x}+N(\omega)\dot{x}+cx=f(t) \qquad (1)$$

ここにMは付加慣性モーメントを含む横揺れの慣性モーメント，Nは減衰係数，cは復元力係数であり，$f(t)$は波力を表している．

（2）波浪外力：Das(1969)による実験結果によれば，Sailing lineからある程度離れた地点で観測される航走波の波形は波群を形成することが示されている．そこで図-1に示すように，航走波は波の継続時間T_pの間に緩やかに波高が変化するとして，波形ηを次式で表す．

$$\eta(t)=a\sin(\Delta\omega t)\sin(\omega t+\varepsilon) \quad : \quad 0\leq t\leq T_p \qquad (2)$$

ここにωおよび$\Delta\omega$は図-1中に示すとおりである．
上式に対応する波力は次のように与えられる．

$$f(t)=F(\omega)\sin(\Delta\omega t)\sin(\omega t+\delta) \quad : \quad 0\leq t\leq T_p \qquad (3)$$

ここに$F(\omega)$は波力変換係数である．

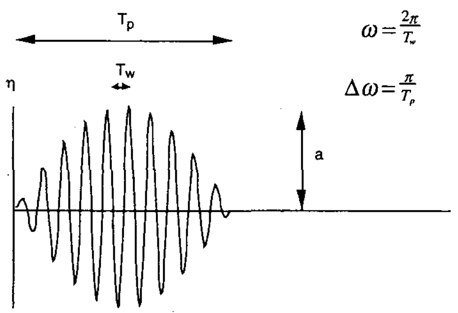

図-1　航走波の波形のモデル化

（3）運動方程式の解：浮体の動揺は（1）式に（3）式を代入して求めることができるが，浮体動揺に影響を及ぼすパラメターを明らかにするため，運動方程式を無次元表示する．動揺の固有周波数$\omega_n=\sqrt{c/M}$を用いて，次のような無次元量を定義する．

$X=\dfrac{x}{F/c}$　：　無次元変位（動的変位／静的変位），　$\varsigma=\dfrac{N}{2M\omega_n}$　：　減衰比（$\varsigma<1$と仮定）

$\alpha=\dfrac{\omega}{\omega_n}$　：　無次元外力周波数　，　$\beta=\dfrac{\Delta\omega}{\omega}=\dfrac{T_w}{2T_p}$　：　波群長パラメター　，　$\tau=\omega t$　：　無次元時間

これらを用いると，無次元化された運動方程式として次式を得る．ただし波力の位相差δはゼロとしている．

$$\begin{aligned}\ddot{X}+\frac{2\varsigma}{\alpha}\dot{X}+\frac{1}{\alpha^2}X&=\frac{1}{\alpha^2}\sin(\beta\tau)\sin(\tau) \quad ; \quad 0\leq\tau\leq\pi/\beta\\&=0 \qquad\qquad\qquad\qquad ; \quad \pi/\beta<\tau\end{aligned} \qquad (4)$$

この解は，インパルス応答関数を用いると，$X(0)=\dot{X}(0)=0$の条件のもとに（5）式のように与えられる．

$$0\leq\tau\leq\frac{\pi}{\beta}: \quad X(\tau)=\frac{1}{\alpha\sqrt{1-\varsigma^2}}\int_0^\tau\left[e^{-\frac{\varsigma}{\alpha}(\tau-u)}\sin\left(\frac{\sqrt{1-\varsigma^2}}{\alpha}(\tau-u)\right)\sin(\beta u)\sin(u)\right]du \qquad (5)$$

ただし，$\pi/\beta<\tau$では積分範囲の上限をπ/βにすればよい．

3．計算結果

以下では，次式で表されるパラメターRx，すなわち過渡水波による応答の最大値 X_{max}(transient) と規則波による定常振動の最大値 X_{max}(steady) との比を指標として，先に示した無次元パラメターのうち，α, ζ, β についてそれらの Rx に対する影響を調べる．

$$R_X = X_{\max}(transient)/X_{\max}(steady) \qquad (6)$$

図-2は，Rxの周波数による変化を示したものである．これより，共振周波数（$\alpha=1$）近傍では正弦波による応答よりも航走波による応答が小さくなっているが，逆に共振周波数よりもやや大きいか小さい周波数に対しては過渡応答の方が大きな値を示すことがわかる．またこの傾向は β の大きい場合，すなわち波群長が短い場合に顕著である．図-3は過渡応答が定常応答よりも小さくなる共振周波数（$\alpha=1$）における Rx の減衰比に対する変化を示したものである．過渡応答と定常応答の違いは減衰比が小さいほど，また波群長が短いほど（β が大きいほど）顕著に現れていることがわかる．図-4は応答の最大値 X_{max} の周波数応答を，$\beta=0.05$ と 0.10 について，正弦波による定常振動の応答曲線（実線）と対比してプロットしたものである．これらの図からも，β が大きい場合には共振周波数付近で過渡応答が定常応答よりもかなり小さくなり，逆にその周辺の周波数で過渡応答の方が大きくなることがわかる．図-5は，図-1に示した波群が2つ連続して作用する場合の周波数応答であるが，波群長の短い $\beta=0.1$ の場合には共振周波数である $\alpha=1$ で最大の応答が生じず，その周辺で最大値が発生している点が興味深い．

参考文献：Das, M.M.(1969):*Relative effect of waves generated by large ship and small boats in restricted waterways*, Hydraulic Eng. Lab., Univ. California, Berkley, Reprot No. HEL-12-9.

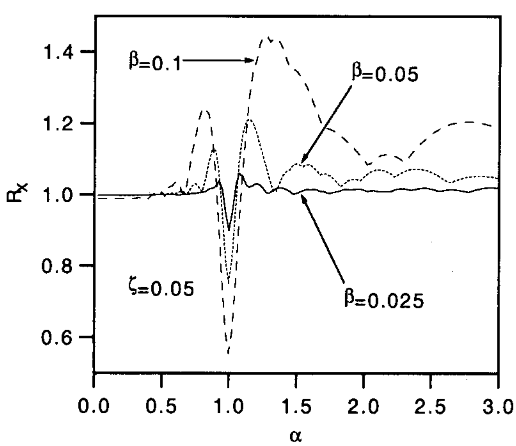

図-2　Rxの無次元外力周波数 α による変化

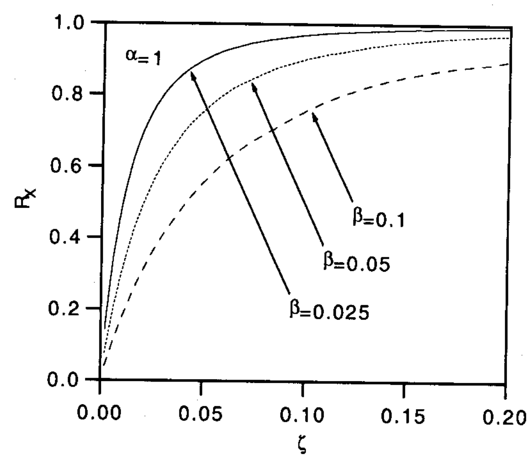

図-3　Rxの減衰比 ζ による変化

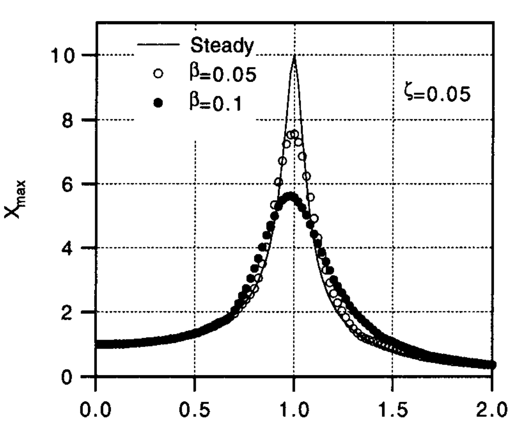

図-4　応答の最大値の周波数応答特性

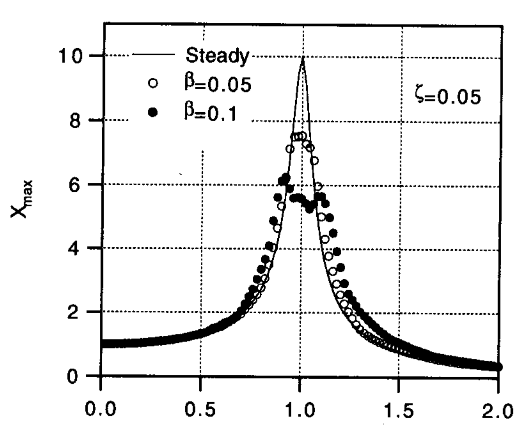

図-5　2つの波群からなる場合の周波数応答特性