

透水層上の長波方程式と透過潜堤への適用性について

名古屋工業大学 学生員 ○ 甲斐宏典

名古屋工業大学 学生員 高橋 真

名古屋工業大学 正会員 喜岡 渉

1. はじめに 透過潜堤や設計と砂れん上の波の伝播問題に関連して、透水層上の波の変形特性を把握しておくことは重要である。本研究は、浅海域における透水層上の波に対しては、透水性とともに波の非線形性も重要な波形要素となることから、新たに透水層上の Boussinesq 方程式および Airy 近似式を導出し、透過潜堤に対するこれら長波近似モデルの適用性について検討を加えるものである。

2. 基礎方程式 図-1 に示すように、流体の領域 (I) と透水層の領域 (II) を考えると、それぞれの領域における基礎方程式は無次元量を用いて次のように表すことができる。

領域 (I)： 連続式，自由表面における運動学的および力学的境界条件より

$$\mu^2 \Phi_{xx} + \Phi_{zz} = 0 \quad (-h < z < \varepsilon \zeta) \quad (1)$$

$$\mu^2 (\zeta_t + \varepsilon \Phi_x \zeta_x) = \Phi_z \quad (z = \varepsilon) \quad (2)$$

$$\mu^2 (\Phi_t + \zeta) + \frac{1}{2} \varepsilon (\mu^2 \Phi_x^2 + \Phi_z^2) = 0 \quad (z = \varepsilon \zeta) \quad (3)$$

領域 (II)： 流体は非圧縮とし、渦なし流れを仮定し、透水層内では Dupuit-Forchheimer 型抵抗則が成り立つとすると

$$\mu^2 \Psi_{xx} + \Psi_{zz} = 0 \quad (-1 < z < -h) \quad (4)$$

$$\Psi_z = 0 \quad (z = -1) \quad (5)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\tau}{n} (\varepsilon \Psi_{xt} + \varepsilon^2 \Psi_x \Psi_{xx}) + \alpha \varepsilon \Psi_x + \beta \varepsilon^2 |\Psi_x| \Psi_x \quad (-1 < z < -h) \quad (6)$$

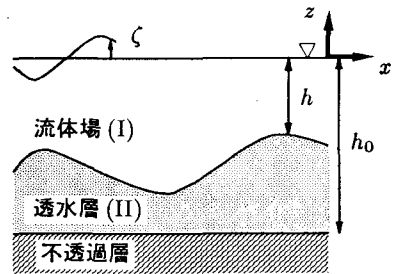


図-1 計算領域

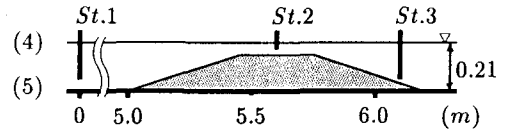


図-2 透過潜堤

ここに Φ , Ψ はそれぞれ領域 (I), (II) の速度ポテンシャルで、 ζ は水位変動、 P は動水圧、 α, β は透水層の間隙率 n や透水係数 K_p などによって決まる係数、 $\tau = 1 + \kappa(1 - n)$ は慣性係数 (κ : 付加質量係数)、また入射波の振幅を a 、波数を k 、水深を h とすれば、式中の二つのパラメーターは $\varepsilon = a/h$, $\mu^2 = (kh)^2$ で与えられる。さらに、領域 (I) と (II) の接続条件として、 $z = -h$ における法線方向流速および圧力が連続となる条件が課せられる。

3. 長波近似式 基礎方程式 (1) ~ (6) に対する長波近似式は、Mei and Méhauté (1966) と同様な摂動展開によって導くことができる。ここに流体場 (I) の水深平均流速 u 、透水層 (II) 内の水深平均流速 U についての Boussinesq 方程式の結果のみを示すと、次の式 (7) ~ (9) のようである。

$$\zeta_t + (\zeta + h)u_x + (h_0 - h)U_x = 0 \quad (7)$$

$$u_t + uu_x + g\zeta = \frac{1}{2} h h_{xx} (u_t - U_t) + h h_x (u_{xt} - U_{xt}) + \frac{1}{3} h^2 u_{xxt} + \frac{1}{2} h (h_0 - h) U_{xxt} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{n} \{ U_t + \frac{1}{6} (h_0 - h)^2 U_{xxt} + U U_x \} + \alpha \{ U + \frac{1}{6} (h_0 - h)^2 U_{xx} \} + \beta |U| U \\ = u_t + \{ h_x^2 + \frac{1}{2} h h_{xx} \} (u_t - U_t) + h h_x (u_{xx} - U_{xx}) \\ + \frac{1}{6} h^2 u_{xxt} + h_x (h_0 - h) U_{xt} + \frac{1}{2} h (h_0 - h) U_{xxt} + u u_x \end{aligned} \quad (9)$$

上式(7)～(9)から U の寄与分を省略すれば, Peregrine (1967) の方程式に一致する. また, $O(\mu^2) \rightarrow 0$ として Airy 近似式を導くと, 次のように与えられる.

$$\zeta_t + \{(\zeta + h)u\}_x + \{(h_0 - h)U\}_x = 0 \quad (10)$$

$$u_t + uu_x + g\zeta_x = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\tau}{n}(U_t + UU_x) + \alpha U + \beta|U|U = u_t + uu_x \quad (12)$$

ここで Dupuit-Forchheimer 型抵抗則として線形抵抗係数 f を用いると, 式(12)は次式のように部分的に線形化される.

$$\frac{\tau}{n}(U_t + UU_x) + f\frac{\omega}{n}U = u_t + uu_x \quad (13)$$

ここに, ω は入射波の角周波数である.

4. 透過潜堤への適用 長波近似モデルの適用性を調べるため, 水深 $h=21\text{cm}$ の水平床上に置かれた高さが 15cm で天端幅 30cm , 底面幅 120cm の透過潜堤付近の波形 ζ および流速 u , 透水層内の流速 U を差分法によって計算した. 計算にあたっては, 透水層内の碎石の平均粒径 $d=2.5\text{cm}$, 空隙率 $n=0.4$ とし, 式(12)の抵抗係数は, $K_p = n^2 d^2 / 570(1-n)^3$ として $\alpha = \nu / K_p$ (ν : 水の動粘性係数), $\beta = nC_f / \sqrt{K_p}$ (C_f : 乱流抵抗係数 ≈ 0.5) として与えた. 図-3 は長波方程式(10)～(12)による計算結果で, 図-2 に示す各点における時間波形 ζ , 平均流速 u および透水層内平均流速 U について比較したものである. なお, ここには結果を示していないが $C_f = 1$ として計算した波形も図-3 のものとほぼ同じであった. また, 図-4 は式(12)のかわりに線形抵抗係数 $f=2.0$ として式(13)を用いた計算結果を示す. 抵抗係数としてはほぼ等価な値を用いたにもかかわらず, 潜堤背後の波形は図-3 と図-4 で大きく異なっている. 抵抗係数の決め方に問題が残されており理由は明らかでないが, 透水層内の流体運動の非線形性に起因するものと考えられる.

5. おわりに Boussinesq 方程式に基づく結果および実験結果との比較は, 講演時に発表する. なお, 本研究は豊田理化学研究所からの研究助成金によったことを付記し, 感謝の意を表す.

参考文献

- Mei, C. C. and B. LeMéhauté (1966), J. Geophysical Res., Vol. 71, No. 2, pp.393-400.
Peregrine, D. H. (1967), J. Fluid Mech., Vol. 27, pp.815-827.

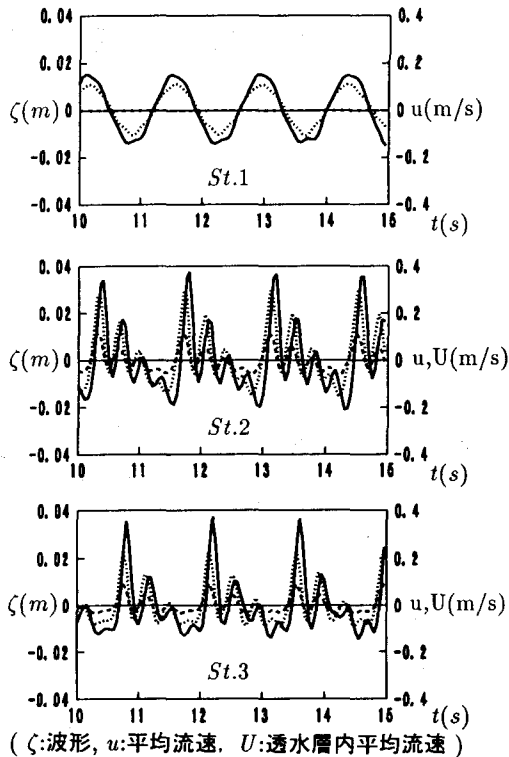


図-3 式(12)による計算結果

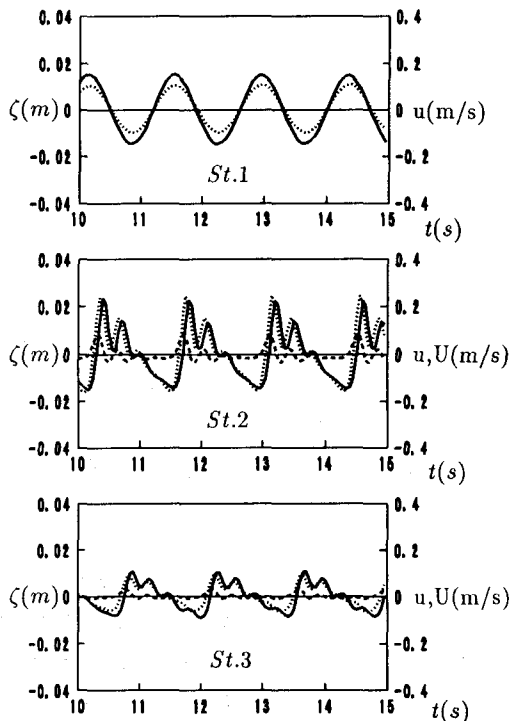


図-4 式(13)による計算結果