

自己回帰モデルによる渇水期日流量の予測

名古屋工業大学大学院 学生員 ○鈴木 祐一

名古屋工業大学工学部 正 員 長尾 正志

1. はじめに

本研究では、渇水期日流量に自己回帰モデルを適用して、流量予測の可能性や月別特性の解析を行う。自己回帰モデルの次数を決定する際の評価基準として、AIC, 自由度調整済係数, 二重自由度調整済係数, FPEを採用し、対象データとして牧尾ダム(1969~1991年)の11月から3月の日流入量を用いる。

2. 自己回帰モデル

標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う誤差項 ε_t を用いた自己回帰モデルは次式で表現される。

$$x_t = \sum_{i=1}^m a_i x_{t-i} + \varepsilon_t \quad t: \text{時点}, m: \text{次数 (依存する過去の日数)}, a_i: \text{自己回帰係数}$$

3. 評価基準

自己回帰モデルの次数の決定における評価基準を示す。式中の記号は〔 〕内の通りである。

AIC: $AIC(m) = n(\log 2\pi + 1) + n \log \delta^2 + 2(m+1)$ 、自由度調整済係数: $R^{*2} = 1 - Ve/Vt$
二重自由度調整済係数: $R^{**2} = 1 - (n+p)Ve / \{(n+1)Vt\}$ 、FPE: $FPE = (n+p)\delta^2 / (n-2p)$

$$\left[\begin{array}{l} n: \text{データ数}, m: \text{次数}, p: \text{パラメータ数}(=m), \delta^2: \text{残差分散}, Ve: Ve = Se/(n-p), \\ Se: \text{残差平方和}(Se = \sum (x_i - \bar{x})^2), Vt: Vt = St/(n-1), St: \text{全体平方和}(St = \sum (x_i - \bar{x})^2) \\ \text{ただし, } \hat{x}, \bar{x} \text{ は } x \text{ の推定値, 平均である。} \end{array} \right]$$

AIC, FPE では極小値に対応するものを、 R^{*2} , R^{**2} では極大値のうちで最小次数のものを最適とする。

4. 計算方法

- (1) 日流入量データ y を標準正規分布に近似するために、次式で変数 x に変換する。ただし定数 K, B, C は端野の最尤解¹⁾で、3次元方程式にCardanoの方法を用いて推定される。 $Y = K \cdot \ln \{(X+B)/C\}$
- (2) 最大の次数を7と仮定し、各次数 ($m=0, 1, \dots, 7$) に対して自己回帰係数を推定する。²⁾
- (3) 各評価基準により最適な自己回帰モデルの次数を決定する。

5. 結果

a) 各評価基準により求められた自己回帰モデルの次数 (図1) は次のようになる。①AICでは各月とも1次が最も多く、特に2月は全年を通じて7割に達する。② R^{*2} では2月のみ1次が最も多く、他の月で2次が最も多い。1月では2次について3次が多い。③ R^{**2} では11, 12月で1次, 2次が同程度に多く、1月ではやや2次が多い。2, 3月では1次が多い。④FPEではすべての月で1次が最も多い。

b) 推定された次数の平均 (表1) を四捨五入して整数化した自己回帰モデルの次数は次のようになる。

- ①AICでは2月のみ1次、他の月で2次が選択される。② R^{*2} ではすべての月で2次が選択される。
- ③ R^{**2} では2月のみ1次、他の月で2次が選択される。④FPEではすべての月で1次が選択される。
- ⑤各月ごとの平均によると2月で1次が選択され、他の月で2次が選択される。⑥各評価基準ごとの平均によるとFPEで1次が選択され、他の評価基準では2次が選択される。

c) 推定された次数の分散 (表2) より次のことがいえる。①各月ごとの平均によると11月で分散が大きく、2, 3月で分散が小さい。②各評価基準ごとの平均によるとAICで分散が大きく、 R^{*2} で分散が小さい。

d) 原データと最適なモデルとの重相関係数の平均 (表3) より次のようになる。①各月ごとの平均によると12月で重相関係数が大きく、2月で重相関係数が小さい。②各評価基準ごとの平均によるとFPEでは重相関係数が小さいが、他の評価基準での重相関係数はほぼ同程度の大きさである。

6. まとめ

各評価基準により多少のばらつきがあるが、2月では1次、他の月では2次で求めたモデルが最適となる。各月ごとにみると、11月はモデルの次数の分散が大きくばらつきがみられる。12月は重相関係数が最大でモデルの当てはまりがいちばん良い。1月はモデルの次数がいちばん大きく、2次のモデルが最適となる。2月はモデルの次数の分散が最小でばらつきは小さいが、逆に重相関係数が最小となり、モデルの当てはまりはあまり良くない。3月はモデルの次数の分散が小さくばらつきが小さい。

各評価基準の特徴をみると、AICはモデルの次数の分散が大きく解のばらつきが大きい。他方、FPEは解が1次に片寄っていて、他の評価基準より小さい次数が採用されるとともに重相関係数が小さい。

参考文献：1) 端野道夫、水理講演会論文集、土木学会水理委員会、1979、pp.29-34

2) 坂本・石黒・北川、情報量統計学、共立出版、1982、pp.142-146

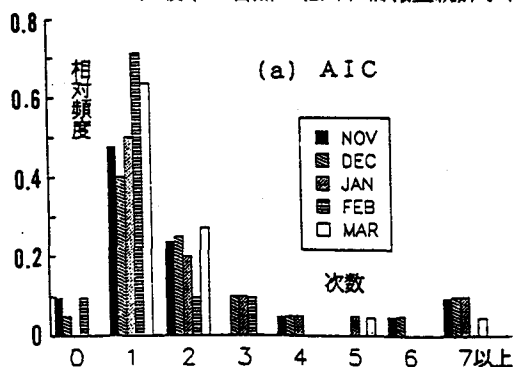


表1 自己回帰モデルの次数の月別平均

	AIC	R ²	R ²²	FPE	平均
NOV	2.10	2.33	1.57	1.43	1.86
DEC	2.40	2.00	1.70	1.30	1.85
JAN	2.35	2.25	2.00	1.45	2.01
FEB	1.19	1.71	1.43	0.90	1.31
MAR	1.73	1.95	1.50	1.00	1.55
平均	1.95	2.05	1.64	1.22	1.72

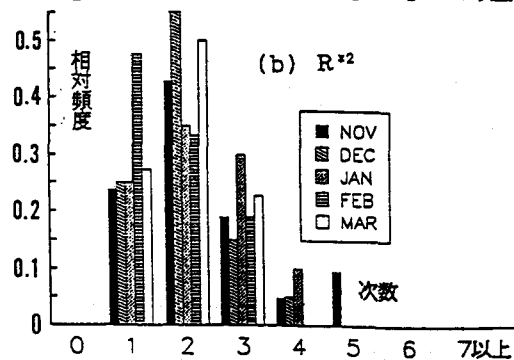


表2 自己回帰モデルの次数の月別分散

	AIC	R ²	R ²²	FPE	平均
NOV	4.18	1.37	0.34	2.34	2.06
DEC	4.04	0.60	0.51	0.51	1.42
JAN	3.63	0.89	0.70	0.85	1.52
FEB	0.54	0.59	0.44	0.28	0.46
MAR	2.11	0.50	0.43	0.09	0.78
平均	2.90	0.79	0.48	0.81	1.26

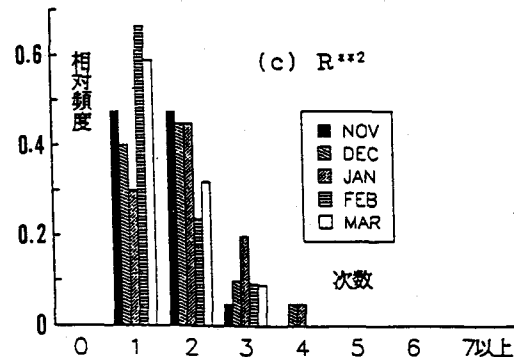


表3 標本データと最適モデルとの重相関係数の平均

	AIC	R ²	R ²²	FPE	平均
NOV	.595	.625	.601	.549	.592
DEC	.653	.670	.664	.590	.664
JAN	.632	.638	.629	.575	.618
FEB	.546	.575	.567	.519	.552
MAR	.617	.623	.613	.567	.605
平均	.609	.626	.615	.560	.606

図1 各評価基準により推定されたモデル次数の月別相対頻度