直交曲線座標を用いた平面二次元流れの数値解析

中部大学　工学部　正員　　松尾直規
中部大学　工学部　学生員　○細渕敏史

1．はじめに

本研究は、直交曲線座標を用いた平面一層流モデルを用いて、実河川における流れを数値解析することにより、河川の幾何形状が流れに及ぼす影響を明らかにし、防災並びに環境機能向上に寄与する適切な河道設計のための、基礎的資料を得ようとするものである。

2．直交曲線座標を用いた平面一層流モデル

本研究では、河川形状に応じた流れの挙動をできるだけ忠実に取り扱うために、直交曲線座標系を用いて基礎数学モデルを展開した平面一層流モデルにより解析を進める。以下にこの数値解析モデルを表示する。

[連続式]

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{h_1h_2dx_1}\mid h_2Hu_1\mid_{x_{1i}}^{x_{1i+1}}+\frac{1}{h_1h_2dx_2}\mid h_1Hu_2\mid_{x_{2j}}^{x_{2j+1}}=0$$

[運動方程式]

●x_1方向分値

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u_1H}{\partial t}+\frac{1}{h_1h_2dx_1}\mid h_2Hu_1u_1\mid_{x_{1i}}^{x_{1i+1}}+\frac{1}{h_1h_2dx_2}\mid h_1Hu_1u_2\mid_{x_{2j}}^{x_{2j+1}}\\
&=-\frac{gH}{h_1dx_1}\mid H_0\mid_{x_{1i}}^{x_{1i+1}}+\frac{1}{h_1h_2dx_1}\mid\frac{E_{x_1x_1}H}{h_1}\left(h_2\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+u_2\frac{\partial h_1}{\partial x_2}\right)\mid_{x_{1i}}^{x_{1i+1}}\\
&+\frac{1}{h_1h_2dx_2}\mid\frac{E_{x_1x_2}H}{h_2}\left(-u_2\frac{\partial h_2}{\partial x_1}+h_1^2\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{u_1}{h_1}\right)\right)\mid_{x_{2j}}^{x_{2j+1}}-\frac{\tau_{bx_1}}{\rho}\\
&+\frac{1}{h_1h_2dx_2}\left[E_{x_1x_2}\left(\frac{h_2}{h_1}\frac{\partial}{\partial x_1}(\frac{u_2}{h_2})+\frac{h_1}{h_2}\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{u_1}{h_1}\right)\right)-u_1u_2\right]\mid h_1H\mid_{x_{2j}}^{x_{2j+1}}\\
&-\frac{1}{h_1h_2dx_1}\left[\frac{Ex_2x_2}{h_2}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2}+\frac{u_1}{h_1}\frac{\partial h_2}{\partial x_1}\right)-u_2u_2\right]\mid h_2H\mid_{x_{1i}}^{x_{1i+1}}
\end{aligned}$$

●x_2方向分値

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u_2H}{\partial t}+\frac{1}{h_1h_2dx_1}\mid h_2Hu_1u_2\mid_{x_{1i}}^{x_{1i+1}}+\frac{1}{h_1h_2dx_2}\mid h_1Hu_2u_2\mid_{x_{2j}}^{x_{2j+1}}\\
&=-\frac{gH}{h_2dx_2}\mid H_0\mid_{x_{2j}}^{x_{2j+1}}+\frac{1}{h_1h_2dx_1}\mid\frac{E_{x_1x_2}H}{h_1}\left(h_2^2\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{u_2}{h_2}\right)-u_1\frac{\partial h_1}{\partial x_2}\right)\mid_{x_{1i}}^{x_{1i+1}}\\
&+\frac{1}{h_1h_2dx_2}\mid\frac{E_{x_2x_2}H}{h_2}\left(h_1\frac{\partial u_2}{\partial x_2}+u_1\frac{\partial h_2}{\partial x_1}\right)\mid_{x_{2j}}^{x_{2j+1}}-\frac{\tau_{bx_2}}{\rho}\\
&+\frac{1}{h_1h_2dx_1}\left[E_{x_1x_2}\left(\frac{h_2}{h_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{u_2}{h_2}\right)+\frac{h_1}{h_2}\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{u_1}{h_1}\right)\right)-u_1u_2\right]\mid h_2H\mid_{x_{1i}}^{x_{1i+1}}\\
&-\frac{1}{h_1h_2dx_2}\left(\frac{E_{x_1x_1}}{h_1}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{u_2}{h_2}\frac{\partial h_1}{\partial x_2}\right)-u_1u_1\right)\mid h_1H\mid_{x_{2j}}^{x_{2j+1}}
\end{aligned}$$

ここに、x_1；流下方向距離、x_2；x_1と直交する幅方向距離、u_1, u_2；x_1, x_2方向の流速成分、h_1, h_2；x_1, x_2方向の距離補正係数、H;水深、g；重力加速度、τ_b；底面での摩擦応力、H_0；基準面からの水位、E_{x1x1}, E_{x1x2}, E_{x2x2}；渦動粘性係数、ρ；密度、添字i, i+1；x_1, x_2方向の位置を示す。

3．計算対象と計算条件

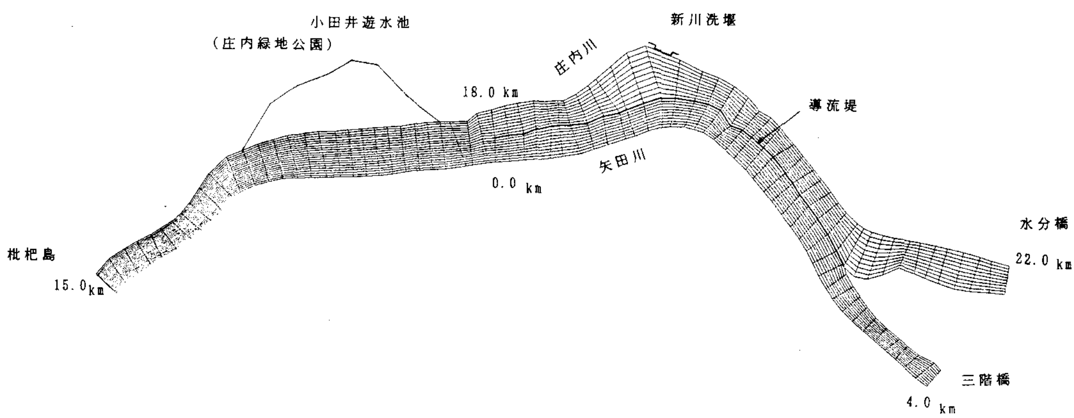
計算対象としたのは、庄内川の河口より15km上流地点から22kmまでの区間及びその間に合流する矢田川の4kmまでの区間である。この河川区間には、合流部、新川への洗堰、小田井遊水池（平常時は庄内緑地公園）があり、分合流を伴う複雑な流れとなることが予想される。本解析においては、図－１に示すように、計算区間を分割し、２．で記述した平面一層流モデルを適用する。図－１の分割は0.2km毎の測量資料に基づくものであり、幅方向には遊水池部分を除き合流後で20分割、合流前で各10分割とした。

初期条件は、一次元不等流計算により得られる計算開始時点での水位を各断面で幅方向に一様として与えるとともに、上下流端において所要の流量条件を設定して、ほぼ定常な状態になるまで計算を続けて得られる水位・流速値とした。上下流端での境界条件としては、水位あるいは流量を与える。また、底面においては、摩擦応力を

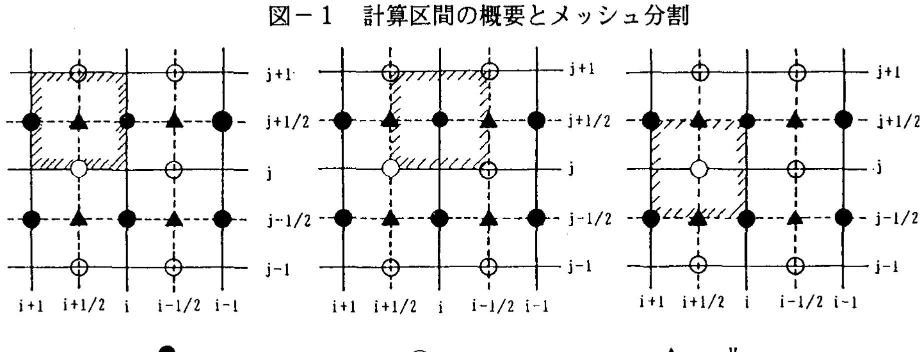
$$\tau_{bx1}=r\cdot u_1(u_1{}^2+u_2{}^2)^{1/2}$$
$$\tau_{by1}=r\cdot u_2(u_1{}^2+u_2{}^2)^{1/2}$$

で与える。ここにr；抵抗係数である。なお、陸地境界及び導流堤部では、水位がその天端高を越えない限り、幅方向への流速は0とする。

以上の条件の下で、図－２に示すようなstaggered schemeと風上差分法を用いて前進型の数値計算を実施した。なお紙面の都合上、計算結果については、講演時に述べることにする。



図－１　計算区間の概要とメッシュ分割



図－２　数値計算メッシュにおける水理量の配置