

浅水方程式による漸縮流の解析と画像計測の比較

岐阜大学工学部 正員 藤田 一郎

岐阜大学工学部 正員 河村 三郎

岐阜大学工学部 ○西堀 剛志

1. まえがき

河道計画においては、あらかじめ、河道形状の変化による流況の違いを予測できれば、短時間に合理的な設計が可能となる。また、洪水時の流況を予測することができれば、安全な河道を得ることができる。そこで本研究では、任意の形状における流況を、計算によって予測するとともに、実際の流れのデータとの比較、検討を行うことにした。解析は、一般座標系に変換した浅水方程式を基礎式とし、MacCormack差分スキームにより行う。

2. 計算手法

物理面(X, Y)内の計算領域を写像空間(ξ, η)内の長方形領域に写像し(図-1)、写像空間内のすべての格子に対して計算を行う。写像面の格子点X(ξ, η), Y(ξ, η)の値は、次式のPoisson方程式を境界値問題として解くことによって得られる^{1) 2)}。

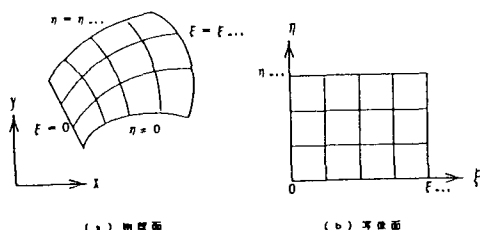


図-1 物理面と写像面の格子

ここに、 $\alpha = x\xi + y\eta$, $\beta = x_1x_2 + y_1y_2$, $r = x\xi + y\eta$, $J = x_1y_2 - x_2y_1$,
 $P_{i,j} = -a_p \exp\{-C_p(\xi_i - \xi_j)\}$, $Q_{i,j} = -a_q \exp\{-C_q(\xi_i - \xi_j)\}$

である。浅水方程式は、

質量保存則：

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

運動量保存則：

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial (uM)}{\partial x} + \frac{\partial (vM)}{\partial y} = -gh \frac{\partial (h+z_b)}{\partial x} - S_{rx}(u, v, h) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial M}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial M}{\partial y} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial (uN)}{\partial x} + \frac{\partial (vN)}{\partial y} = -gh \frac{\partial (h+z_b)}{\partial y} - S_{ry}(u, v, h) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial N}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial N}{\partial y} \right) \quad (5)$$

で示され、ここに、 $M=uh$, $N=vh$ であり、 u, v はそれぞれ x, y 方向の流速、 h は水深、 z は河床高、 g は重力加速度、 ϵ は渦動粘性係数、 S_{rx}, S_{ry} は河床摩擦勾配に関する項である。解析は、式(3), (4), (5)をそれぞれ一般座標系に変換して行う。MacCormack時間分割スキームにおいては、ある時間 $(N+1)\Delta t$ の計算点 (i, j) の解 $U_{i,j}^{n+1}$ は次式の手順により得ることができる。

$$U_{i,j}^{n+1} = L_i(\Delta t) L_n(\Delta t) L_n(\Delta t) L_i(\Delta t) U_{i,j}^n; \quad (6)$$

ここに、 L_i, L_n は1次元有限差分演算子であり、予測子および修正子からなる。 $\Delta \xi, \Delta \eta$ は空間の、 Δt は時間の間隔であり、 ξ および η 方向のCFL条件を満足するように決定される。表-1に本解析における予測子および修正子段階の差分方向を示す。

表-1 各演算子の差分方向

第1段階-L _i	予測子：後退差分	第2段階-L _i	予測子：前進差分
	修正子：前進差分		修正子：後退差分
第1段階-L _n	予測子：後退差分	第2段階-L _n	予測子：前進差分
	修正子：前進差分		修正子：後退差分

3. 実験データの解析方法

実験により得られた可視化画像より、相関法を用いて表面流況を求める。相関法とは、一定時間間隔の二枚のトレーサ画像の小領域間の濃淡パターンの相互相関係数を計算し、その最大値の空間位置から速度ベクトルを求める方法である。

4. 計算および実験結果と考察

湾曲部(1.8m)と直線部(3.2m)を組み合わせた長さ5m、幅30cm、勾配1/720の水路区間を対象とし、流量0.006 m^3/s 、粗度係数0.012、下流水深6.8cmとして計算および実験を行った。数値計算により得られた平均流速ベクトルを図-2と図-3(拡大図)に示す。湾曲部では水路幅は狭くなり、流速が増大していることがわかる。湾曲部の壁際では、流速は次第に加速されカーブの頂点を境に、減速されていく。特に左岸においてはその減少傾向が顕著にみられる。図-4では、水深を比較しているが、流れが常流であるため湾曲部では水面は下がっており、計算値と実験値もほぼ一致していることがわかる。図-5に表面流速ベクトルの実験値を示す。流向および湾曲部流速ベクトルの増大傾向は計算値と一致しているが、側壁付近の流速低減状況については、画像解析の空間分解能の制約や、表面流速と断面平均流速の違いもあって十分な比較検討はできていない。しかしながら、全体的な流況はよく合っており、画像計測データの重要性が確認できた。

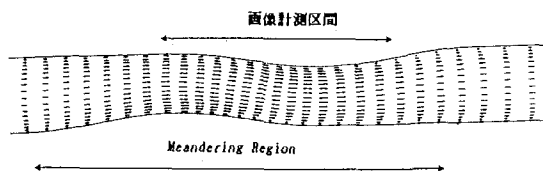


図-3 数値計算による平均流速ベクトル (拡大図)

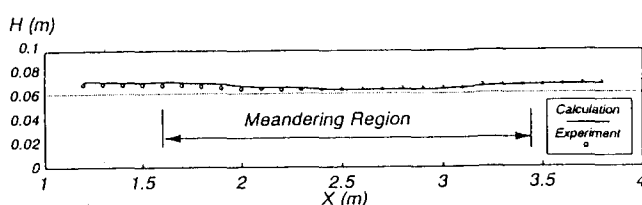


図-4 水深の比較

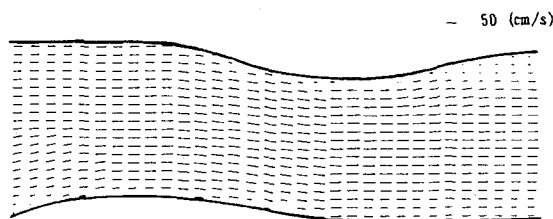


図-5 実験による表面流速ベクトル

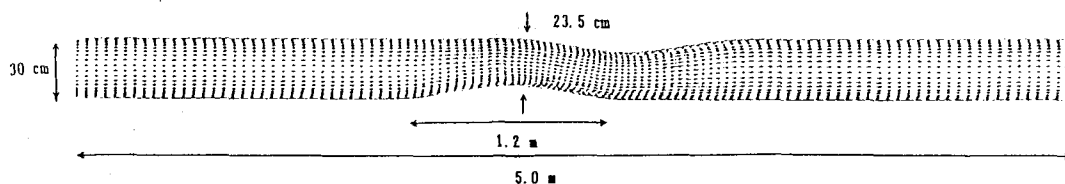


図-2 数値計算による平均流速ベクトル

5. あとがき

本研究では、一般座標系を用いたMacCormack法により2次元解析を行い、実験値との比較検討を行った。流向や水面形および流速ベクトルの増減傾向について、ある程度の成果を得ることができたが、今後さらに改良を重ね、様々な形状の水路を用いた比較検討によって、実河川への適用へとつなげていきたい。

【参考文献】

- 1) C. A. J. Fletcher: Computational Technique for Fluid Dynamics, 2, Springer-Verlag, 1990.
- 2) 大野豊・磯田和男 (監修): 数値計算ハンドブック、オーム社、pp. 378 - 385、1990.