

堆積層を伴う管路流れの抵抗と掃流砂量

金沢大学工学部 正 員 辻本 哲郎

金沢大学工学部 ○平野 智

1. まえがき 管路内固体輸送は、石炭・鉱石などの輸送システム、ダム堆砂の排除・養浜のための土砂輸送手段、下水道での堆積物の移動などに関連して古くから研究されている課題である^{1), 2)}。管路内の土砂輸送には様々な移動形態があるがここでは堆積層を伴う掃流輸送形式の流れを対象とする。従来の研究では径深分割法によっているが、断面を分割する等流速線の直交線は容易には知られず、平均流速公式等によって計算される各領域の平均流速が等しいとする仮定を置いてそれぞれに対応する断面積を推定している。この仮定には何ら合理性が認められないし、また各領域の特異な断面にどのような平均流速公式が適切かは容易に判断できない。本研究では、代数応力乱流モデルを用いた数値計算によって堆積層を伴う場合の管路断面内の流れ構造を記述することを試み、その結果として流れのエネルギー勾配や砂面掃流力を直接計算して流れの抵抗と堆積層上の掃流砂量を評価しようとするものである。

2. 径深分割法 砂面、その他の管壁にかかわる断面積、潤辺長、径深、摩擦速度を A, P, R ($=A/P$)、 u_* にそれぞれ添字 1, 2 を付けて表す。各領域の断面平均流速は全断面平均流速 $\bar{U}$ ($=Q/A$, Q : 流量, $A=A_1+A_2$) に等しいものと仮定される。抵抗則は各領域の摩擦速度と径深の関係を表し、摩擦速度の比は径深の比の平方根に等しい。2 つも摩擦速度と径深が未知数で、上記 4 式を解いてこれら进行评估することができる。砂面の摩擦速度から掃流力を評価することにより、従来の流砂量公式の適用が可能となる。また摩擦速度と潤辺長の積の和が全せん断力 ($\rho g A I_e$, I_e : エネルギー勾配) と一致することからエネルギー勾配が評価される。

3. 堆積層のある円管内流れの数値計算 流下方向流れが卓越するとして基礎式に放物形流れの近似を施すと、支配方程式群は次のようである (連続式を除く)。

$$\frac{\partial}{\partial x}(U^2) + \frac{\partial}{\partial y}(VU - \Gamma \frac{\partial U}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(WU - \Gamma \frac{\partial U}{\partial z}) = g \sin \theta - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P}{\rho}\right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(UV) + \frac{\partial}{\partial y}(V^2 - v \frac{\partial V}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(WV - v \frac{\partial V}{\partial z}) = g \cos \theta - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{P}{\rho}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\tau_{yy}}{\rho}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\tau_{yz}}{\rho}\right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(UW) + \frac{\partial}{\partial y}(VW - v \frac{\partial W}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(W^2 - v \frac{\partial W}{\partial z}) = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{P}{\rho}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\tau_{yz}}{\rho}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\tau_{zz}}{\rho}\right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(Uk) + \frac{\partial}{\partial y}\left\{Vk - \left(v + \frac{v_t}{\sigma_k}\right) \frac{\partial k}{\partial y}\right\} + \frac{\partial}{\partial z}\left\{Wk - \left(v + \frac{v_t}{\sigma_k}\right) \frac{\partial k}{\partial z}\right\} = P_k - \varepsilon \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(U\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial y}\left\{V\varepsilon - \left(v + \frac{v_t}{\sigma_k}\right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right\} + \frac{\partial}{\partial z}\left\{W\varepsilon - \left(v + \frac{v_t}{\sigma_k}\right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right\} = \frac{\varepsilon}{k}(C_{\varepsilon 1}P_k - C_{\varepsilon 2}\varepsilon) \quad (5)$$

ここに、 (U, V, W) : 時間平均の流下方向 (x), 鉛直方向 (y), 横断方向 (z) の流速成分, P, P' : 断面平均圧力 (静水圧近似) とそれからの圧力偏差, ρ : 水の密度, g : 重力加速度, k : 乱れエネルギー, ε : 乱れエネルギーの散逸率, v : 動粘性係数, $v_t = C_{\mu} k^2 / \varepsilon$: 渦動粘性係数, $\Gamma = v + v_t$, P_k : 乱れエネルギーの生成率である。また、Launder-Ying モデル³⁾により、

$$\frac{\tau_{xy}}{\rho} = v_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad ; \quad \frac{\tau_{xz}}{\rho} = v_t \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) \quad ; \quad \frac{\tau_{yz}}{\rho} = C v_t \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\tau_{yy}}{\rho} = C v_t \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - C_k k \quad ; \quad \frac{\tau_{zz}}{\rho} = C v_t \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 - C_k k \quad (7)$$

によって Reynolds 応力が表現される。乱流モデルにおける定数は Launder-Ying モデル³⁾ による標準値とする。すなわち、 $C_{\mu}=0.09$, $C'_k=0.522$, $C_{\varepsilon 1}=1.44$, $C_{\varepsilon 2}=1.92$, $\sigma_k=0.9$, $\sigma_{\varepsilon}=1.3$, $C'=0.0185$ とする。

計算に当たっては、図-1 に示すような差分格子を用いて円管の対称軸区分される半断面について計算を行なった。

管の壁面は滑面、堆積層による砂面は堆積層の砂粒で規定される粗面として扱う。すなわち、これらの境界では対数則を仮定する。また、水面及び中心軸では対称条件を課す。数値計算で与える条件は流量 Q と堆積層厚さ h_d （管底から堆積層上面までの距離）である。こうした計算で流水断面積内の流れの構造が計算され、たとえば Reynolds 応力分布の計算例が図-2 に示される。これは径深分割線を与えるし、また砂面掃流力を与える重要な結果である。こうして得られた掃流力分布 $\tau_b(z)$

にスイス公式⁴⁾を適用して掃流砂量の横断分布 $q_B(z)$ を求め、その積分で全掃流砂量 Q_s を評価する。すなわち、

$$q_B(z) = 8(\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \sqrt{\left(\frac{\sigma}{\rho} - 1\right) g d^3} \quad ; \quad Q_s = 2 \int_{(D-B)/2}^{D/2} q_B(z) dz \quad (8)$$

ここに、 $\tau_* = u_*^2 / [(\sigma/\rho - 1)gd]$ ：無次元掃流力、 u_* ：摩擦速度 ($\tau_* = \rho u_*^2$)、 τ_{*c} ：無次元限界掃流力 (0.045)、 σ ：砂の密度である。なお、上式において τ_* が τ_{*c} 以下の場合流砂量 q_B はゼロである。

4. 堆積層のある円管内流れの数値計算 芦田・江頭・中島³⁾は直径64mmの水平におかれた円管で、中央粒径が2.12mmのほぼ均一砂を用いた一連の実験を行ない、その中で部分体積層を伴う条件について動水勾配 I_e 、体積層厚さ h_d 、流量 Q 及び流砂量 Q_s の測定をしている。これらの実験について堆積層厚さと流量を与えて上記の流れの計算（数値計算法と呼んで従来の径深分割法による計算結果と区別する）を行い、計算結果を実験結果と比較した。

一方、径深分割法でも同様に計算を行なった。ここでは抵抗則に対数則（但し砂面は完全粗面、他の管壁は滑面とする）を適用、流砂量式としてスイス公式⁴⁾を用いた。

図-3はエネルギー勾配 I_e について実験結果と計算結果を比較したもので、数値計算は従来の径深分割法に比べ精度よい評価となっている。一方、図-4は流砂量 Q_s について実験結果と計算結果を比較したもので、従来の方法では掃流砂量を1オーダー近く過小評価していたのに比べ、格段に精度良い評価となっていることがわかる。

4. あとがき 本研究では、代数応力モデルを用いた数値計算で堆積層を伴う円管内流れの計算を行なうことによって、抵抗評価や堆積層上を掃流される流砂量の評価が適切に行なえることが示された。とくに掃流砂量が従来の径深分割法では1オーダーも過小評価されていたのが格段に精度良い評価となった。

参考文献：1) 那須浩平・林泰造：堆積層を有する管路内の流水の抵抗と流砂量について、第26回水理講演会論文集，1982。

2) 芦田和男・江頭進治・中島智彦：水平管路における土砂輸送形態と流砂機構，京大防災研年報，第31号B-2，1988。

3) Launder, B.E. and Ying, W.M.: The prediction of flow and heat transfer in ducts of square cross-section, Proc. Inst. Mech. Eng., Vol.187, 1973. 4) たとえば、中川博次・辻本哲郎：移動床流れの水理，新体系土木工学，1986。

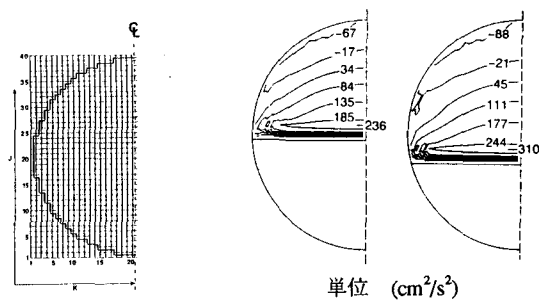


図-1 計算メッシュ

図-2 Reynolds応力分布の計算例

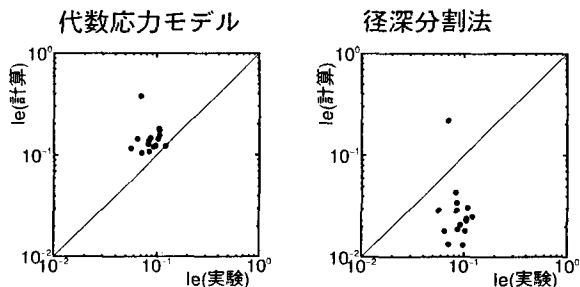


図-3 エネルギー勾配についての計算結果と実験値の比較

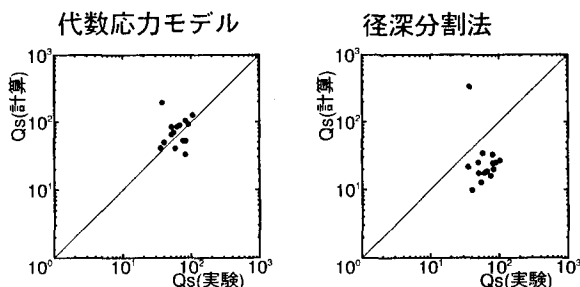


図-4 掃流砂量についての計算結果と実験値の比較