

引張り棒におけるひずみ集中化の3次元解析

名古屋工業大学 学生員 庄司 朋宏

名古屋工業大学 正 員 小畑 誠

名古屋工業大学 正 員 後藤 芳顯

名古屋工業大学 正 員 松浦 聖

1. はじめに

構造物の性能は単に耐荷力だけではなくその変形能も含めて評価されなければならないが、その場合には応力集中部である結合部などの挙動が重要となることがある。低サイクルの繰返し载荷による破壊の場合、応力集中部での破壊形式が多くの場合ひび割れなどを含むものであることから、それには大変形によるひずみの集中化などが大きな役割をはたしていることが考えられる。このようなひずみの集中化の解析では構成方程式が大きな影響を与えることは既に広く知られているとおりであるが、強力な汎用解析プログラムが普及した現今でも使用可能な構成方程式は比較的に初歩的なものにすぎず、ひずみ集中化解析の現実的な3次元解析を行えるものは皆無に等しい。本研究では、このような問題の解析手段の確立をめざして、ひずみの集中化解析に適切な等がり型構成方程式を用い最も基本的な問題である板の一軸引張りの数値シミュレーションを行う。

2. 構成方程式

鋼材の構成方程式としては J_2 流れ理論とその拡張が通常用いられる。塑性ひずみ増分 D_{ij}^p が降伏曲面に垂直でありしたがって応力状態だけで D_{ij}^p が決定できるとするこれらの流れ理論は塑性変形に対する拘束が強くひずみの集中化の解析を行う上で適切でない場合がある。また鋼材の塑性変形の結晶レベルでの微視的なメカニズムを考えると理想化されたなめらかな降伏曲面を前提とするこれらの理論は現実的とは言えない。そこでここでは塑性変形の微視的なメカニズムを考慮することにより D_{ij}^p の自由度を高めた流れ理論のひとつである J_2 コーナー理論¹⁾の繰返し载荷に関する簡単な拡張を用いる。以下にその概要を示す。

変形率テンソル D_{ij} のうち弾性変形分 D_{ij}^e についてはKirchhoff応力のJaumann変化率 $\dot{\tau}_{ij}$ との線形な関係を仮定する。 D_{ij}^p については次のように与える。

$$D_{ij}^p = C_{ijkl}^p \dot{\tau}_{kl} \quad (1)$$

$$C_{ijkl}^p = f C_{ijkl} + \frac{1}{2} f' \left\{ \cot \theta (C_{ijkl} - p_{ij} p_{kl} - q_{ij} q_{kl}) + p_{ij} q_{kl} + q_{ij} p_{kl} \right\} + \frac{1}{2} f' q_{ij} q_{kl} \quad (2)$$

ここで C_{ijkl} は全ひずみ理論から導かれるものを繰返し载荷に対してもあてはまるように拡張した次のような塑性コンプライアンスである。

$$C_{ijkl} = \frac{3}{2} \left\{ \left(\frac{1}{h_s} - \frac{1}{E} \right) \bar{I}_{ijkl} + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{h_t} - \frac{1}{h_s} \right) \frac{\bar{\tau}_{ij}' \bar{\tau}_{kl}'}{\bar{\tau}^2} \right\}, \quad \bar{\tau}_{ij}' = \tau_{ij}' - \alpha_{ij} \quad (3a-c)$$

$\bar{I}_{ijkl}$ は偏差成分のみ持つ4階の単位テンソル、 α_{ij} はバックストレスを表す。 h_t, h_s はそれぞれ一軸の応力-ひずみ曲線の接線、割線係数である。バックストレスについては通常の硬化則を用いる。関数 $f = f(\theta)$ は応力増分 $\dot{\tau}_{ij}$ が降伏曲面となす角度にしたがい1~0の値をとる遷移関数である。したがって1のとき全ひずみ理論の構成則に一致し、0のときに弾性挙動(除荷)を表す。その他のテンソルは応力空間での超円錐との関係で次のようになる。

$$\lambda_{ij} = \frac{\bar{\tau}_{ij}'}{\sqrt{\bar{\tau}_{kl}' C_{klmn}' \bar{\tau}_{mn}'}} , \quad \mu_{ij} = C_{ijkl} \lambda_{kl}, \quad p_{ij} = \frac{C_{ijkl} \bar{\tau}_{kl}'}{\sqrt{\bar{\tau}_{pq}' C_{pqrs}' \bar{\tau}_{rs}'}} \quad (4a-c)$$

$$\cos \theta = \lambda_{ij} p_{ij}, \quad q_{ij} = p_{ij} \cot \theta - \mu_{ij} \operatorname{cosec} \theta \quad (4d-c)$$

$$f(\theta) = \frac{1}{g(\phi)(1+\ell^2(\phi))}, \quad \theta(\phi) = \phi + \tan^{-1}(\ell(\phi)), \quad \ell(\phi) = \frac{1}{2} \frac{g'(\phi)}{g(\phi)} \quad (4f-h)$$

$$g(\phi) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \phi \leq \theta_0 \\ 1 - \left(\frac{\phi - \theta_0}{\theta_n - \theta_0} \right)^3 & \theta_0 \leq \phi \leq \theta_n \end{cases}, \quad \theta_n = \theta_c - \frac{\pi}{2} \quad (4i)$$

ここで与えた具体的な遷移関数についてはHutchinsonによる多結晶金属の解析と良く合うことが知られているものである。また θ_c は式(4d)で定義される θ が除荷を示す値であり降伏曲面上の応力点でのとがりの度合いに対応するもので次式で与える。

$$\tan \theta_c = \sqrt{a} \tan \beta_c, \quad a = \left(\frac{E}{h_i} - 1 \right) \left(\frac{E}{h_i} - 1 \right)^{-1} \quad (5a-b)$$

$$\tan \beta_c = -\frac{\tau_y}{\sqrt{\tau^2 - \tau_y^2}}, \quad \frac{\pi}{2} \leq \beta_c \leq (\beta_c)_{\max} = \frac{3}{4}\pi \quad (5c-d)$$

ここでは降伏曲面上のとがりの発達に関係した τ は現時点での降伏曲面の中心からの距離をとる²⁾ことも考えられるが、ここでは単調載荷時に J_2 コーナ理論と一致するように降伏が開始した時点での降伏曲面の中心からのものを与えるものとする。したがってとがりのモデルは図1のように初期降伏では応力空間中の原点Oから、除荷後の再降伏の時点では除荷時点での降伏曲面の中心点O'からの距離になる。いずれの場合もとがりの発達はBudianskyに従って 0.75π までとした。以上の定式化では、単調載荷時には J_2 コーナ理論に一致し降伏条件に関しては移動硬化則も含めた構成則になっている。

3. 数値計算例

著しいひずみの集中化が生じる最も基本的な一例として図2に示すようなブロックを対象に一軸引張りの場合の数値解析を行った。弾性定数は $E/\tau_y^0 = 300$ 、 $\nu = 0.3$ とし、加工硬化則は等方硬化で次のべき乗則を用いた。

$$\tau = H(\epsilon^p + \alpha)^n, \quad H/\tau_y^0 = 4.0, \quad \alpha = 9.54 \times 10^{-7}, \quad n = 0.1$$

数値解法としては更新ラグランジュの方法で定式化した有限要素法を用いている。離散化にはアイソパラメトリック6面体要素を用い数値積分には積分点8個のガウス積分を用いた。荷重変位の関係を図3に示す。図4に荷重最大点通過後の点Aでの変形を示したものである。一様な変形からはずれ、板幅、板厚方向ともに中央部に大きくくびれが生じていることがわかる。

4. 参考文献

- 1) Christoffersen, J., and Hutchinson, J.W., J.Mech.Phys.Solids, pp.465-487, 1979.
- 2) 富田佳宏、進藤明夫、金英錫、道浦克彦、機学会論文集A、Vol.52、No.476、pp.989-996、1986.

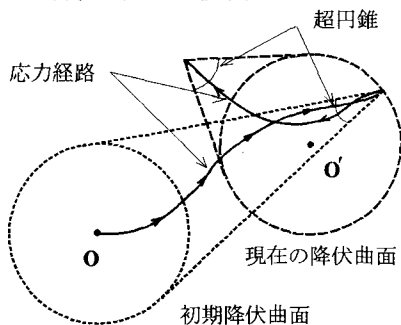


図1 とがりの発達のモデル

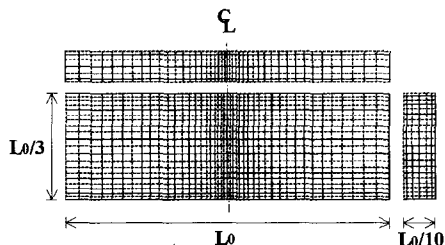


図2 解析ブロック

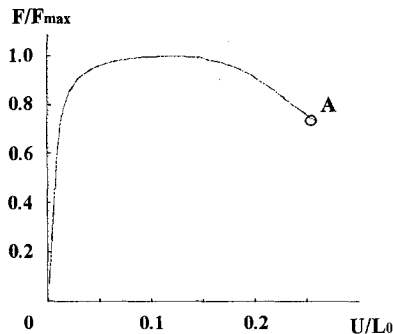


図3 荷重-変位曲線

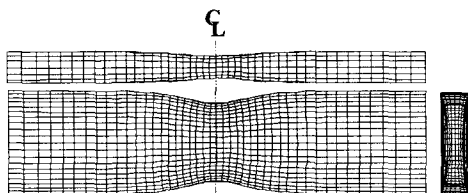


図4 点Aでの変形図