直交異方性体間の境界面亀裂周辺の応力集中解析

（株） 熊谷組 ○正会員 長瀬 裕信
岐阜大学工学部 正会員 中川 建治

1．まえがき

近年、複合材料の研究開発が進むにつれて弾性定数の異なる材料の接合面に生じている空隙や亀裂の解析がますます重要になってきている。いわゆるインターフェイスクラック問題である。土木工学の分野では、この種の問題が多くたとえば、コンクリートダムの基礎岩盤とその上に打設されたコンクリートとの接合面不良部での応力集中問題や、ダム吐き出し部の洗掘部に補修用のファイバーコンクリートを打ち足した場合の接触面不良あるいはＬＮＧ備蓄地下空洞の覆工コンクリートと周辺岩盤との応力集中や温度応力による亀裂進展問題などである。

工学的応用が期待される直交異方性体境界面亀裂の問題は、亀裂先端の応力集中が集積特異点となることなど工学的に不合理な点がある。本研究では、直交異方性体境界面亀裂の周辺でも従来の応力特異性が生じない有限で滑らかな応力分布を与える解析解を導き得たのでここに報告する。

2．解析モデルと基礎式

弾性特性がそれぞれ異なる２種類の直交異方性体（厚さ一定）が図－１に示すように直交座標軸$\xi\ \eta$のη軸（$\xi=0$）を境界面として接合され、原点を中心にしてインターフェースクラックが２ａの範囲で存在するものとする。無限遠点で一様引張り6_0と一様せん断τ_0が作用しているものとする。

直交異方性体の基礎式は境界面の左右に対してj=1,2とすると次式となる。

$$(B_{Xj}\,\partial^4/\partial X_j{}^4+2\kappa_j\sqrt{}(B_{Xj}B_{Yj})\,\partial^4/\partial X_j{}^2Y_j{}^2+BX_j\,\partial^4/\partial Y_j{}^4)\,W_j(X,Y)=0$$

一般解は任意関数$f_1(Z)\sim f_4(Z)$によって

$$W_j(X,Y)=f_1(Z_{1j})+f_2(Z_{2j})+f_3(Z_{3j})+f_4(Z_{4j})$$

と表わされる。さらに主軸座標変換をして変形する。

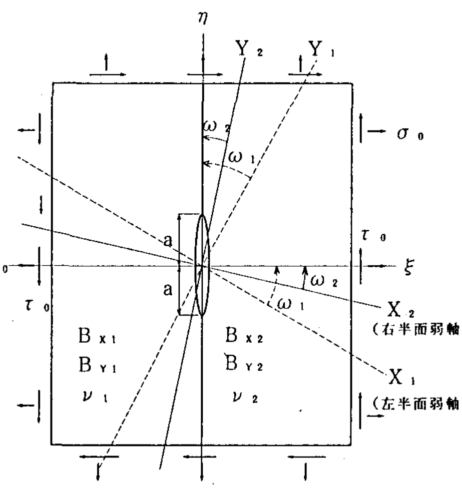

図- 1 解析モデル

$$Z_{\frac{1}{2}j}=\left\{\left(\pm\frac{C_j}{\beta_{yj}}-\frac{S_j}{\beta_{yj}}\sqrt{\frac{1-\kappa}{2}}\right)+i\frac{S_j}{\beta_{xj}}\sqrt{\frac{1+\kappa}{2}}\right\}\left\{P_{\frac{1}{2}j}\,\xi+i\eta\right\}$$

$$\left\{\left(\pm\frac{C_j}{\beta_{yj}}-\frac{S_j}{\beta_{yj}}\sqrt{\frac{1-\kappa}{2}}\right)+i\frac{S_j}{\beta_{xj}}\sqrt{\frac{1+\kappa}{2}}\right\}\quad z_{\frac{1}{2}j}$$

κ：ねじり定数

$C_j=\cos\omega_j$，$S_j=\sin\omega_j$

ω_j；最弱軸からの反時計方向角

一般解$Z_{\frac{1}{2}j}$のかわりにこれと同等な次式に示す任意関数$z_{\frac{1}{2}j}$を定義して解析する。これにより、境界条件を導入する場合に表現が簡単になる。

$$z_{1j}=P_{1j}\,\xi+i\eta=(P_{1jR}+iP_{1jI})\,\xi+i\eta$$

$$z_{2j}=P_{2j}\,\xi+i\eta=(P_{2jR}+iP_{2jI})\,\xi+i\eta$$

求める応力関数を$W_j()$とすると直接$W_j()$は必要でなく、W_j'、W_j''のみが変位、応力に関係するので以下の式を導入する。

$$W_j'=W_{j1}'+W_{j2}'$$
$$=(D_{j11}+id_{j11})f_1(z_1)+(D_{j12}+id_{j12})f_1(z_2)+(D_{j21}+id_{j21})f_2(z_1)+(D_{j22}+id_{j22})f_2(z_2)$$

ここで、関数$f(z)$は直交異方性体間のbi-elastic constantをαとすると以下の式となる。

$$f_1(z)=\cosh\{(1+i\alpha)H(z,a,b)\}-\cosh\{(1-i\alpha)H(z,a,b)\}$$
$$f_2(z)=\sinh\{(1+i\alpha)H(z,a,b)\}+\sinh\{(1-i\alpha)H(z,a,b)\}$$

解析関数$H(z,a,b)$の詳細は割愛するが、滑らかな開口を表現できる関数である。境界条件は開口部η軸上($\xi=0$)の$|\eta|<a$で$\sigma_\xi=\tau_{\xi\eta}=0$、$|\eta|>a+b$で右左の変位u vが連続することである。

3.計算例

計算モデルとして、異方性の岩盤上に打設された複合材料（異方性）を想定する。図-1の右半面を岩盤と考え弾性係数を無次元量　$B_{X2}=1$、$B_{Y2}=5$とし$\nu_2=0.3$、ねじり定数$\kappa=0.45$とする。左半面は異方性を示す複合材料と考え$B_{X1}=10$、$B_{Y1}=50$、$\nu_1=0.3$、ねじり定数$\kappa=0.5$とする。主軸角度$\omega_1=30°$　$\omega_2=-30°$　クラック長さa=1 cm,プロセスゾーンb=0.3 cm、無限遠点で一様引張り応力$\sigma_0=1$が作用する平面応力問題とする。結果を図-2～図-5に示す。

4.まとめ

異質の直交異方性体の境界上の開口部においても応力度$\sigma_\xi=0$, $\tau_{\xi\eta}=0$は完全に満足され、プロセスゾーンでは工学上不都合な集積特異点が消滅されて滑らかな応力集中を構成するような解を導き得た。任意の主軸傾きが考慮できるため工学的に応用範囲が広く複合材料のみならず不均一性、異方性を強く示す自然の地盤や岩盤を対象にした亀裂解析などに適用が可能である。

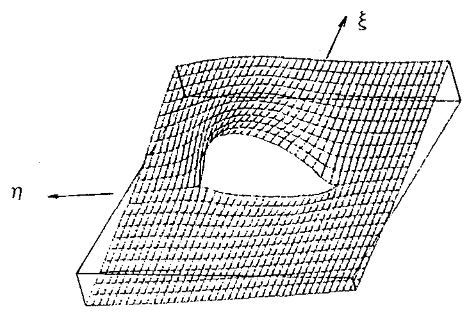

図-2 変位 u

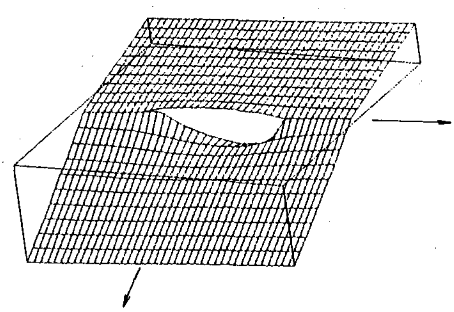

図-3 変位 v

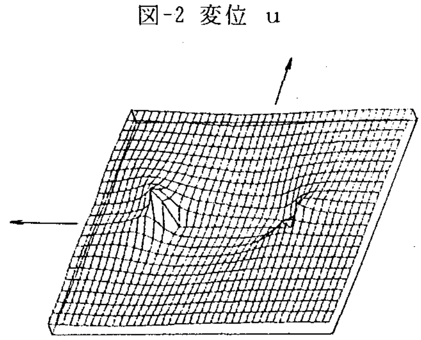

図-4 応力 σ_ξ

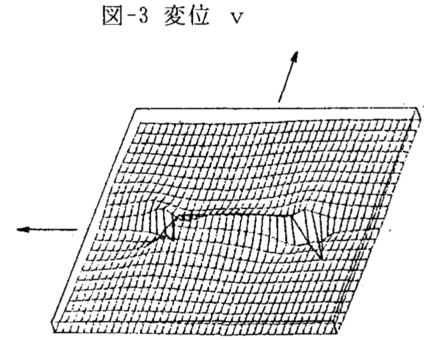

図-5 応力 $\tau_{\xi\eta}$