

曲げ、ねじりを受ける薄板の変位拘束端に発生するクラックと剥離

名工大 学生員 市江 保昭 J R 東海 (株) 正 員 三輪 昌弘
 名工大 正 員 長谷部 宣男 日本車輛 (株) 正 員 村瀬 義昭
 名工大 正 員 中村 卓次

〔1 はじめに〕 変位拘束条件による応力集中の一つとして、固定支承の接合端における応力集中が考えられる。固定支承との接合部を持つ半無限の薄板を想定し、一様な曲げモーメントとねじりモーメントを与えると、接合部先端に変位拘束による応力集中が生じ、接合部の剥離またはクラックの発生が見られる。

本論文では、有理型写像関数と複素応力関数を用いた方法により、曲げモーメント M_0 とねじりモーメント T_0 を与えたときの、剥離先端での応力の強さと微小クラックの応力拡大係数を求め、各々を用いて求められるエネルギー解放率の比から、剥離とクラックの発生条件を解析する。

〔2 エネルギー解放率の表示式〕

図-1 に示す物理平面を、 ζ 平面上の単位円内に写像する写像関数は $z = \omega(\zeta) = E_0/(1-\zeta)$ で与えられ、 ζ 平面上の $\zeta = 1$ は物理平面での無限遠方と対応し、点 α 、 β は変位拘束端 A、B と対応する。

曲げモーメント M_0 とねじりモーメント T_0 が図-1 の形状にかかるとき、複素応力関数 $\Phi(\zeta)$ は次のように表される[1]。

$$\Phi(\zeta) = \chi(\zeta) \frac{-E_0}{4D\chi(1)(1-\zeta)} \left(\frac{M_0}{1+\nu} + iT_0 \right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで $\chi(\zeta)$ は Plemelj 関数で、 $\chi(\zeta) = (\zeta - \alpha)^m (\zeta - \beta)^{1-m}$ で与えられる。ただし、 $m = 0.5 + i\delta$ 、 $\delta = \ln \kappa / 2\pi$ 、 $\kappa = (3 + \nu)/(1 - \nu)$ 、また D は曲げ剛さで $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$ で表され、 ν はポアソン比、 E はヤング係数、 h は板厚である。

次に、点 A ($Z = a_0$) が剥離先端であるとき、その近傍を表す複素応力関数は、次式で近似できる。

$$\Phi(Z) = \frac{A_0 e^{\pi\delta}}{2\sqrt{2\pi}} (Z - a_0)^{-0.5-i\delta} \quad \dots\dots\dots (2)$$

A_0 を剥離先端の応力の強さと呼び、 $\Phi(\zeta)$ が式 (1) で表されるとき、次式で与えられる。

$$A_0 = \left\{ \frac{M_0}{1+\nu} + iT_0 \right\} \frac{\sqrt{\kappa} a^{1-m}}{4D} (0.5i - \delta) \quad \dots\dots\dots (3)$$

このとき、固定支承端での剥離に対するエネルギー解放率 G_{deb} は、 A_0 を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned} G_{deb} &= \frac{1}{2} \kappa D A_0 \bar{A}_0 \\ &= \frac{\kappa a}{16\pi D} \left\{ \pi^2 + (\ln \kappa)^2 \right\} \left\{ \left(\frac{M_0}{(1+\nu)} \right)^2 + T_0^2 \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4)$$

クラック先端の応力拡大係数を $K (= k_B + ik_S)$ とすると、クラックの進展によるエネルギー解放率 G_{cr} は、

$$G_{cr} = \frac{\pi \kappa}{D(1+\nu)^2} (k_B^2 + k_S^2) \quad \dots\dots\dots (5)$$

与えられる。さらに図-1 の形状で点 A からクラックが生じた場合の、曲げ、及びねじりに対する無次元化された応力拡大係数 F_{BM} 、 F_{SM} 、及び、 F_{BT} 、 F_{ST} を次式のように定義する[1]。

$$\left\{ \begin{matrix} F_{BM} + iF_{SM} \\ F_{BT} + iF_{ST} \end{matrix} \right\} = \frac{3+\nu}{1+\nu} \frac{k_B + ik_S}{\left\{ \frac{M_0}{T_0} \right\} \sqrt{a}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

このとき式 (5) の G_{cr} は、次式のように書き直すことができる。

$$G_{cr} = \frac{\pi \kappa a}{D(3+\nu)^2} \left\{ (M_0 F_{BM} + T_0 F_{BT})^2 + (M_0 F_{SM} + T_0 F_{ST})^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここでは固定辺の長さ a とクラック長さ b との比が、 $b/a=0.001$ のときを微小クラックと考える。このときの応力拡大係数は、表-1 に与えられる[1]。

表-1 $b/a=0.001$ のときの無次元応力拡大係数

	M_0 を与えたとき		T_0 を与えたとき	
	F_{BM}	F_{SM}	F_{BT}	F_{ST}
$\nu=0.00$	0.3273	0.6184	0.5596	-0.7235
$\nu=0.25$	0.1607	0.7072	0.7526	-0.5140
$\nu=0.50$	-0.0700	0.6283	0.9359	-0.0919

【3 クラックと剥離の発生条件】

エネルギー解放率で表されるクラック発生に関する破壊靱性 G_{cr0} と、剥離に関する破壊靱性 G_{deb0} は実験によって

求められ、先に求められた G_{cr} と、 G_{deb} との大小関係より破壊現象は以下の四つに分類できる。

- ① $G_{deb} < G_{deb0}$ 、 $G_{cr} < G_{cr0}$ の場合、剥離もクラックも発生しない。
- ② $G_{deb} > G_{deb0}$ 、 $G_{cr} < G_{cr0}$ の場合、剥離が発生する。
- ③ $G_{deb} < G_{deb0}$ 、 $G_{cr} > G_{cr0}$ の場合、クラックが発生する。
- ④ $G_{deb} > G_{deb0}$ 、 $G_{cr} > G_{cr0}$ の場合、剥離、クラックが共に発生する可能性を持つ。

①～③では、それぞれの破壊現象が特定できる。④では実際に起こる現象は、何れか一方であろう。そこでクラックと剥離に対する破壊靱性の比 C_0 とエネルギー解放率の比 C を考える。 C_0 は次式で与えられる。

$$C_0 = \frac{G_{deb0}}{G_{cr0}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

一方 C は式 (4) と式 (7) を用いて、次式で表される。

$$C = \frac{G_{deb}}{G_{cr}} = \frac{(3+\nu)^2 \left\{ \pi^2 + (\ln \kappa)^2 \right\}}{16\pi^2} \cdot \frac{t^2 + (1+\nu)^2}{(1+\nu)^2 \left\{ (tF_{BM} + F_{BT})^2 + (tF_{SM} + F_{ST})^2 \right\}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし $t = M_0/T_0$ とする。

図-1 の A 点側に注目し、図-2 に式 (9) の t と C との関係を示す。ここで C_0 は M_0, T_0 に無関係なときは、図中に横軸と平行な直線として表される。また、④の条件を満たすとき、ある t に対して C と C_0 との大小関係により、何れの破壊現象が起こるか定めることができる。

(a) $C < C_0$ の場合、クラックが発生する。

(b) $C > C_0$ の場合、剥離が発生する。

図-2 のある t において C の値が C_0 より小さいときは、 C クラックが発生する。反対に C の値が C_0 より大きいとき、剥離が発生する。

【4 まとめ】 固定支承を有する薄板に、一様な曲げモーメントとねじりモーメントを与え、その比に対してクラックと剥離の何れが発生するかを、ポアソン比 $\nu = 0, 0.25, 0.5$ に対して解析した。接合端右側に注目したとき、エネルギー解放率の比 C は、図-2 のように t または $1/t$ が負の値をとるとき、1 以下の値をとり、正の値をとるとき 1 以上の値をとる傾向がある。つまり、 M_0 と T_0 が同符号のとき剥離が発生しやすく、異符号のときクラックが発生しやすい傾向がある。ただし $\nu = 0$ のときは、 C の値は t の値に対して変化が大きい、 ν の値が 0.25, 0.5 となるに従い、 C の曲線はなだらかとなり、 M_0, T_0 の比の変化に対して変化は小さくなっている。

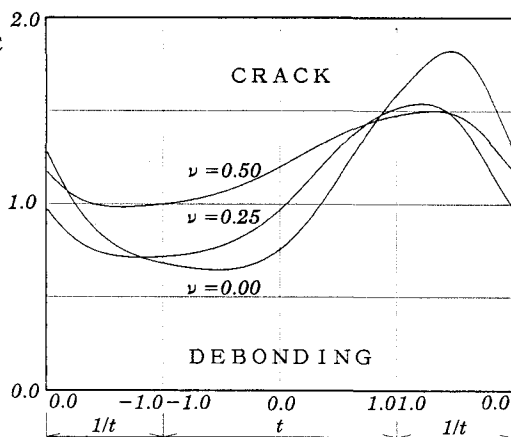


図-2 t と C との関係

《参考文献》 [1] Hasebe, N; MIXED BOUNDARY VALUE PROBLEM OF PLATE WITH CRACK, Journal of Engineering Mechanics, Vol.110, No.1, ASCE(1984), pp.37-48.