コンクリート舗装版のそり応力に関する研究

石川工業高等専門学校　正員　西澤辰男

1. まえがき

コンクリート舗装においてはコンクリート版内の温度勾配によってそり変形を生ずるが、自重によって変形が拘束されるために内部に曲げ応力が発生する。さらにそこに交通荷重による応力が重ね合わされると、場合によっては致命的な結果になりかねない。そこで、このようなそり応力の影響について数値計算によって検討した。

2. 温度によるそり変形を考慮したFEM解析

温度を考慮したコンクリート舗装全体の剛性方程式は以下のようになる。

$$\mathbf{K}\cdot\mathbf{d} = \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_v + \mathbf{f}_t - \mathbf{q} \quad \cdots (1)$$

ここに、

$\mathbf{K}$ ： コンクリート版の剛性マトリックス
$\mathbf{d}$ ： 節点変位ベクトル
$\mathbf{f}_s$ ： 交通荷重ベクトル
$\mathbf{f}_v$ ： 自重ベクトル
$\mathbf{f}_t$ ： 熱ひずみによる見かけの荷重ベクトル
$\mathbf{q}$ ： 路盤反力ベクトル

である。

コンクリート版内に発生する熱ひずみによるみかけの荷重ベクトルは次式のように表される[1)]。

$$\mathbf{f}_t = \int_V \mathbf{B}^{-1}\mathbf{D}^e \epsilon_t dV \quad \cdots (2)$$

$$\epsilon_t = \mathbf{B}\mathbf{d}_t \quad \cdots (3)$$

ここに、

$\mathbf{B}$ ： ひずみ－変位マトリックス
$\mathbf{D}^e$ ： 弾性応力－ひずみマトリックス
ϵ_t ： 熱ひずみ

さらに、$\mathbf{d}_t$はそり変形による変位ベクトルで、i 節点においては次のようになる。

$$\mathbf{d}_{ti} = \begin{Bmatrix} w_{ti} \\ \theta_{xti} \\ \theta_{yti} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_{ti} \\ -\frac{\partial w_{ti}}{\partial y} \\ \frac{\partial w_{ti}}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad \cdots (4)$$

また温度勾配によるそり変形は次式で計算できる。

$$w_{ti} = -\frac{3M_t}{4h^3E}(x_i^2 + y_i^2) \quad \cdots (5)$$

ここに、

$$M_t = \alpha E \int_{-h/2}^{h/2} Tz dz$$

z ： コンクリート版内の厚さ方向の座標
α ： コンクリートの線膨張係数
T ： コンクリート版内の温度分布
h ： コンクリート版の厚さ
E ： コンクリートの弾性係数
x_i ： 版中央を原点とした i 節点の x 座標
y_i ： 版中央を原点とした i 節点の y 版標

従って、

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_t &= \int_V \mathbf{B}^{-1}\mathbf{D}_e\mathbf{B}dV\mathbf{d}_t \\ &= \mathbf{K}\cdot\mathbf{d}_t \end{aligned} \quad \cdots (6)$$

一方、路盤自体の荷重と変位 (たわみ) の関係は次式で表される。

$$\mathbf{U}\cdot\mathbf{q} = \mathbf{d} \quad \cdots (7)$$

ここに、U は路盤のたわみ性マトリックスである。式 (7) を q について解くと、

$$\mathbf{q} = \mathbf{U}^{-1}\cdot\mathbf{d} \quad \cdots (8)$$

以上より、式 (6) 、式 (8) を式 (1) に代入してまとめると以下のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{K}\cdot\mathbf{d} &= \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_v + \mathbf{f}_t - \mathbf{q} \\ &= \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_v + \mathbf{K}\cdot\mathbf{d}_t - \mathbf{U}^{-1}\cdot\mathbf{d} \end{aligned} \quad \cdots (9)$$

ここで変位ベクトルを弾性変形成分とそり変形成分に分けて考える。すなわち、

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_e + \mathbf{d}_t \quad \cdots (10)$$

ここに、$\mathbf{d}_e$ は弾性変位ベクトルである。

式 (10) を式 (9) に代入して整理すると、

$$(\mathbf{K} + \mathbf{U}^{-1})\cdot\mathbf{d}_e = \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_v - \mathbf{U}^{-1}\cdot\mathbf{d}_t \quad \cdots (11)$$

3. 数値計算

温度勾配によるそり変形に伴い、路盤反力と路盤とコンクリート版の接触状態が変化するため、繰り返し計算法 (Newton-Raphson 法) を採用した。具体的には、路盤とコンクリート版の接触状態をモニターしながら、路盤の剛性マトリックス $\mathbf{U}^{-1}$を計算しなおしている。

計算条件は表–1のとおりである。

表－1　計算条件

コンクリートの弾性係数	300,000 kgf/cm^2
コンクリートポアソン比	0.2
コンクリート版の厚さ	30 cm
コンクリート版の幅と長さ	4.5 $m\times$ 10 m
コンクリートの線膨張係数	10^{-6}
コンクリートの単位体積重量	0.0023 kgf/cm^3
路盤 K 値	7 kgf/cm^3
コンクリート版の温度勾配	-0.6 ～ 0.6 $°C/cm$

4.　計算結果

コンクリート版の温度勾配によるそり変形および応力を図-1、2に示す。温度勾配が負のとき (夜間) にはコンクリート版中央下面に負の曲げ応力が生じ、正のとき (日中) には正の曲げ応力が生ずることがわかる。図-3は、交通荷重 (1 輪 10t) をコンクリート版中央 (Inner) 、縁部 (Edge) 、隅角部 (Corner) に作用させたときの最大曲げ応力と、温度勾配の関係をまとめたものである。温度勾配によって曲げ応力が大きく変化することから、そり変形の影響は明かである。

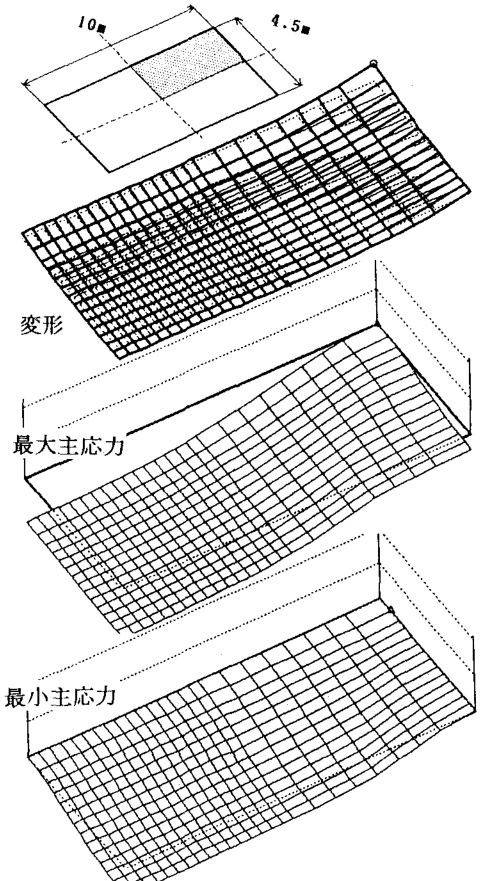

図-1　温度勾配が負のときのそり変形および応力

参考文献

1) 矢川元基、宮崎則幸：有限要素法による熱応力・クリープ・熱伝導解析、サイエンス社、1985.

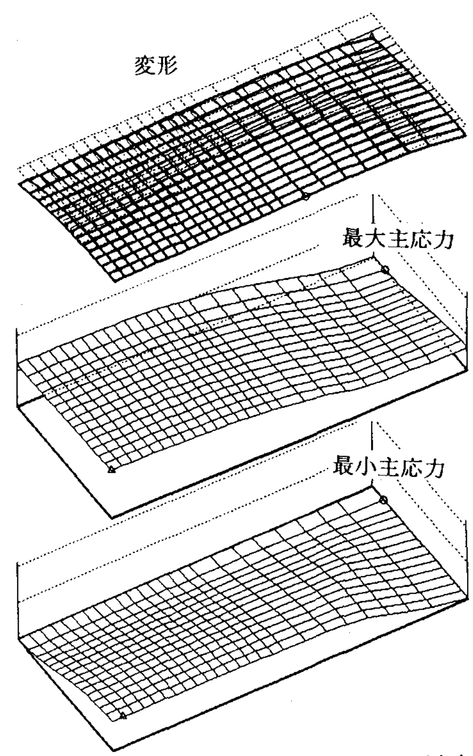

図-2　温度勾配が正のときのそり変形および応力

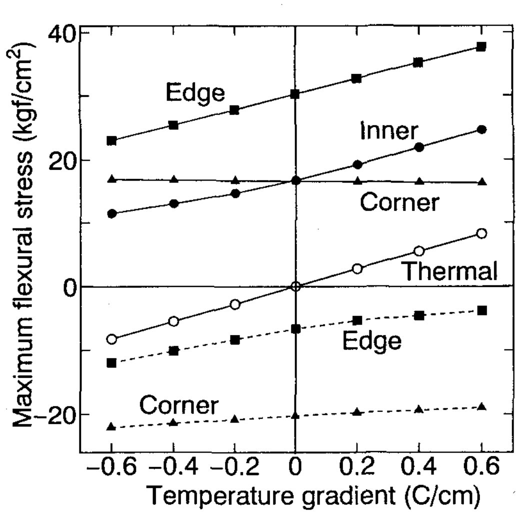

図-3　コンクリート版の最大応力と温度勾配の関係