

二成分合成波の3次近似理論の適用範囲

名古屋大学工学部 正会員 富田 孝史
 名古屋大学大学院 ○ 学生員 竹下 伸治
 名古屋大学工学部 正会員 岩田好一朗

1. はじめに：波浪制御の対象となる海域の持つ特性を正確に予測することは波浪制御施設を設計、施工する上で極めて重要なことである。不規則な波浪の特性を非線形効果も含めて検討する前段階として、不規則波のうちの2つの成分を取り上げた二成分波を対象とし、誘導した浅海域の二成分合成波の1次から3次近似理論の適用範囲を解析的に明らかにするとともに、水理実験によってそれを検証するものである。

2. 結果及び考察：二成分合成波の3次の近似理論の水位変動の表示式は次のように示される。¹⁾

$$\begin{aligned} \eta = & A_{11} \cos \theta_1 + A_{12} \cos \theta_2 \\ & + A_{21} \cos 2\theta_1 + A_{22} \cos(\theta_1 + \theta_2) + A_{23} \cos(\theta_1 - \theta_2) + A_{24} \cos 2\theta_2 \\ & + A_{31} \cos 3\theta_1 + A_{32} \cos(2\theta_1 + \theta_2) + A_{33} \cos(2\theta_1 - \theta_2) \\ & + A_{34} \cos(\theta_1 + 2\theta_2) + A_{35} \cos(\theta_1 - 2\theta_2) + A_{36} \cos 3\theta_2 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 η は水位変動、 $\theta_i = k_i x - \sigma_i t$ 、 k_i, σ_i ($i=1, 2$) はそれぞれ二成分合成波の2つの基本波の波形勾配の大きい方の波をWave 1, 小さい方の波をWave 2と定義したときの波数と角周波数であり、Wave 1のものは $i=1$ Wave 2は $i=2$ である。

まず、 $m=A_{12}/A_{11}=1, n=k_2/k_1=0.8$ の場合の二成分合成波の3次近似理論の最大振幅に対する各オーダーの最大振幅を図-1に示す。縦軸は H/gT^2 (H : 二成分合成波の最大波高, g : 重力加速度, T : 二成分合成波の平均周期), 横軸は h/gT^2 (h : 静水深) である。同図(a)から2ndオーダーの成分波の振幅はほとんどの領域で最大波高の15%未満であるが、同図(b)の3rdオーダーの成分波の最大振幅が二成分合成波の最大振幅に占める割合は、 H/gT^2 の増加とともに急激に増大する傾向にある。

また、上述の評価方法とは別の方法として、運動学および力学的自由表面境界条件を満足する最小オーダーの理論の検討から1次、2次、3次理論の適用限界を求めた。ここでは、近似理論が自由表面境界条件を満足する程度を自由表面の境界条件に近似解を代入したときに生じる誤差によって評価する。ここで、運動学的境界条件と力学的境界条件における誤差を、それぞれ次のように無次元化する。

$$\gamma_k = (\eta_t + \phi_x \eta_x - \phi_z) / C_1 \quad (2), \quad \gamma_d = \{\phi_t + 1/2(\phi_x^2 + \phi_z^2) + g\eta - R\} / gH_1 \quad (3)$$

C_1, H_1 はWave 1の1stオーダーの波速と波高である。この無次元誤差 γ_k, γ_d の時間変動のr.m.s.値がそれぞれ0.02¹⁾以下と設定し、これを満足する最小のオーダーの近似理論の範囲をそれぞれ求め、次に同じ計算条件に対する2つの近似解の適用範囲を比較して、2つの自由表面境界条件から得られる適用限界のうちの高次の方を採用することから、各近似解の適用限界を求めた。図-2は、 $m=1, n=0.8$ の場合の近似理論の適用範囲を縦軸に H/gT^2 、横軸に h/gT^2 をとり示したものである。図中の例えば②で示される領域は2次近似理論の適用範囲である。この図で示した条件では、3次近似理論の適用範囲は $(H/gT^2, h/gT^2) = (3.0 \times 10^{-2}, 1.0 \times 10^{-1})$ を中心としたごく限られた領域にのみ存在している。

次に、水理実験と近似理論の水位変動の時間波形の比較から、1次近似理論から3次近似理論の中で3次近似理論が最も実験波形と相関が高い場合の実験条件を検討した結果、3次近似理論と相関の高い実験ケースは図-2の3次近似理論の適用範囲内にあるが、これ以外にも2次近似理論の適用範囲内にも幅を持って分布し、図-1(b)と比較すると3rdオーダーが最大波高の5~15%程度になる範囲の上に存在していることが認められた。逆に図-1(b)の15%より大きくなると3rdオーダーの項が大きくなりすぎて実験結果との相関悪くなった。

以上の検討から図-3に水理実験結果も考慮した二成分合成波の3次近似理論の適用範囲を示す。この図は図-2の特に非線形干渉を考えなければならぬ2次近似理論以上の適用範囲の上に図-1(b)の3rdオーダーが5~15%程度になる領域を重ねたものである。この領域においても3次近似理論を用いることが望ましいと考えられる。図中○印は実験結果より得られた水面波形と3次近似理論の相関がよい点である。

水面の時間波形に対し3次近似理論が必要になる1例を図-4に示す。このような波は波高が比較的大きくその波形の峯が尖り波谷が平坦になっている。これは有限振幅性の強い波どうしが合成されたとき、その波形に非線形干渉による影響が強く表れたためと考えられる。

3. おわりに：本研究は二成分合成波の特性を明らかにする目的から、まずこれに用いる近似理論の適用範囲について検討を加えた。今後は更に、水位変動と水粒子速度の特性を明かにし、二成分合成波の群速度の特性を明らかにする所存である。

参考文献：1) 富田孝史：有限振幅部分重複波の特性に関する基礎的研究，名古屋大学大学院工学研究科，博士論文，1992

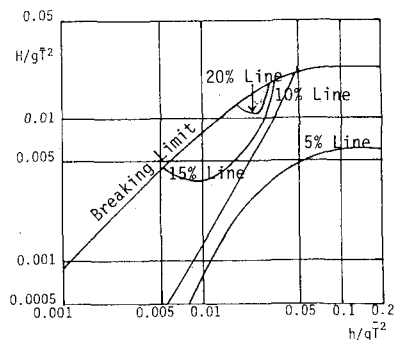


図-1 (a) 3次近似理論の最大振幅に対する
2ndオーダーの最大振幅の分布

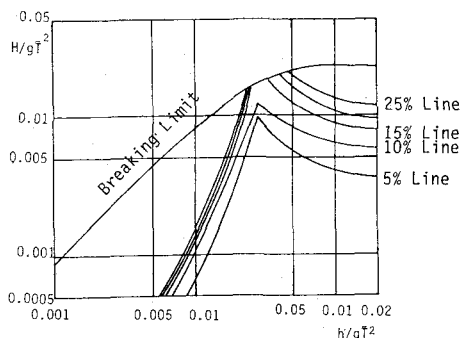


図-1 (b) 3次近似理論の最大振幅に対する
3rdオーダーの最大振幅の分布

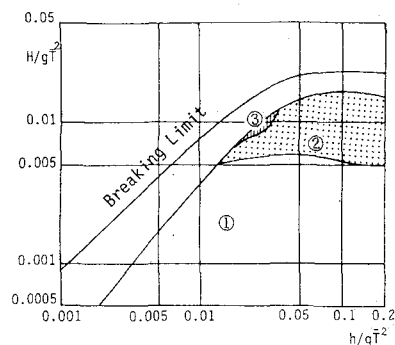


図-2 自由表面境界条件より求めた
近似解の適用限界

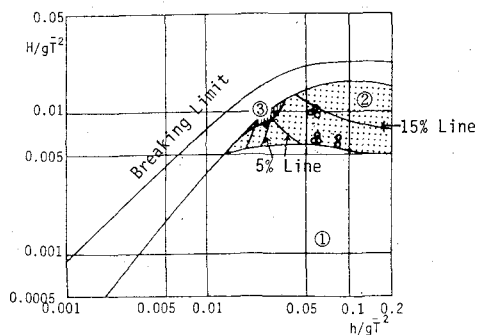


図-3 水理実験結果を考慮した
近似解の適用限界

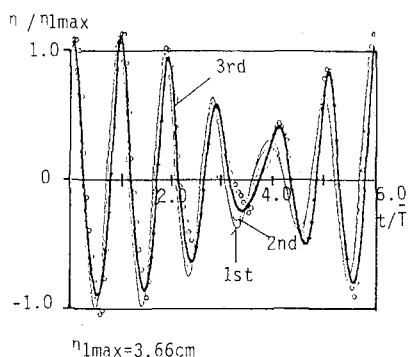


図-4 3次近似理論を必要とする
水面波形

- η₁ 1次近似理論の
最大振幅
- 細実線 1次近似理論
破線 2次近似理論
太実線 3次近似理論
○ 印 実験値