

界面及び表面付近の欠陥による散乱波形特性

東海大学海洋学部 学生員 ○横井 幹仁
東海大学海洋学部 学 生 浅野 勝利
南京大学声学研究所 印 建華
東海大学海洋学部 正 員 北原 道弘

1. はじめに

材料内に存在する欠陥の代表的な非破壊評価手法の一つに水浸超音波法がある。水-固体間における超音波のモード変換を利用して、固体内に生成される超音波（弾性波）を比較的制御し易いことから、実験段階での波動計測に便利な手法である。ここでは、水浸超音波法による非破壊評価を念頭に置いて、材料表面付近及び界面に存在する欠陥による散乱波形の特性を数値解析的に調べることを試みる。数値解析上の要点は、水-固体からなる2層体中のグリーン関数の遠方表現の利用である。

2. 基本関係式

水浸超音波法を想定して、Fig.1 に示すような水-固体からなる2層モデルを考える。固体中の S が欠陥表面である。水中圧電型トランスデューサーから発振された水中を伝播する入射波を p^I とすると、 p^I は次のように書ける。

$$p^I(\mathbf{x}) = p_0 \exp\{i\omega/c_F(x_1 \sin \theta_0 - x_2 \cos \theta_0)\} \quad (1)$$

ここに、 c_F は水中の音速、 ω は角振動数である。固体内における変位場 $\mathbf{u}$ は次式を満足する。

$$(c_L^2 - c_T^2)\nabla\nabla\cdot\mathbf{u} + c_T^2\nabla^2\mathbf{u} + \omega^2\mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここに、 c_L 、 c_T は縦波と横波の波速である。また、水中の圧力 p は次式を満足する。

$$c_F^2\nabla^2 p + \omega^2 p = 0 \quad (3)$$

水-固体の境界 B 上の連続条件は次のようになる。

$$\mathbf{n}\cdot\mathbf{u} = (\rho_F\omega^2)^{-1}\mathbf{n}\cdot\nabla p \quad (4a)$$

$$\mathbf{n}\cdot\mathbf{t} = -p \quad (4b)$$

$$\mathbf{s}\cdot\mathbf{t} = 0 \quad \text{on } B \quad (4c)$$

ここに、 ρ_F は水の密度、 $\mathbf{n}$ と $\mathbf{s}$ は境界 B 上の単位法線ベクトルと単位接線ベクトル (Fig.1 参照) であり、 $\mathbf{t}$ は固体側の表面力である。条件 (4c) は、水-固体境界上では、せん断応力が作用しない条件である。

欠陥表面 S 上でも、固体内を伝播する変位場 $\mathbf{u}$ と表面力場 $\mathbf{t}$ は適切な境界条件を満足する必要がある。例えば、 D_I がクラックの場合、境界条件はクラックの上・下面で次のようになる。

$$\mathbf{t} = 0 \quad \text{on } S \quad (5)$$

3. 境界上の未知量の決定

入射波 p^I を式 (1) のように与え、固体内の変位場 $\mathbf{u}$ と水中の圧力場 p に対する方程式 (2) と (3) を、水-固体境界 B 上の連続条件 (4) と欠陥 S 上の境界条件 (5) のもとで解くために、ここでは境界要素法を採用する。この過程の詳細は省略するが、結果として、欠陥表面 S 上の変位場 (表面力場)、水-固体境界面 B 上で固体側の変位場及び表面力場と水側の圧力場が決まる。ただし、境界

要素法では、欠陥表面 S と水-固体境界面 B を有限個の要素に分割し、その要素上で未知量を決めるため、水-固体間の半無限に続く境界面 B 上では、実質上、有限の長さで打ち切った有限境界 B 上で未知量が決まることになる。

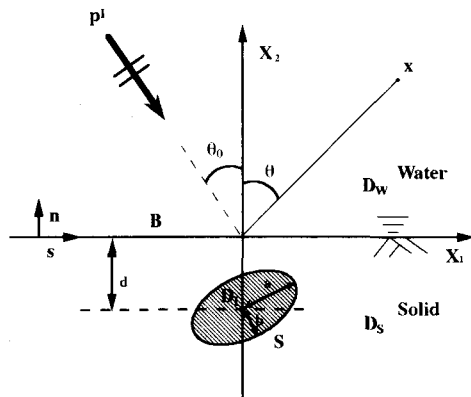


Fig.1 Defect model

4. 水中の遠方散乱場の決定

水浸超音波法においては、固体内の欠陥により散乱された波動を水中トランスデューサーで受信することになる。受信位置は、評価したい欠陥の代表長を基本長とした場合、十分に遠方であるのが普通である。この状況を踏まえて解析を実行するために、ここでは水-固体からなる2層体中のグリーン関数の遠方表現を利用する。

まず、固体中の点 $\mathbf{y}$ の k 方向に単位の集中力が作用する場合、固体中の点 $\mathbf{x}$ の i 方向の変位場 $U_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ の積分表現は次のようになる。

$$U_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{\alpha=L,T} \int_{-\infty}^{\infty} U_{ik}^{\alpha} d\zeta_1 \quad (6)$$

ここに、被積分関数の詳細は次のようである。

$$U_{ik}^{\alpha} = \frac{i}{4\pi\mu} U_k^{\alpha} d_i^{\alpha} \exp(ik_{\alpha}\zeta \cdot \mathbf{x}) \quad (7a)$$

$$U_k^{\alpha} = \left(\frac{c_T}{c_{\alpha}}\right)^2 d_k^{\alpha} \nu^{-1} \exp(-ik_{\alpha}\zeta \cdot \mathbf{y}) \quad (7b)$$

$$\zeta = (\zeta_1, \nu), \quad \nu = \sqrt{1 - \zeta_1^2}, \quad \Im \nu > 0 \quad (7c)$$

$$d_i^L = \zeta_i, \quad d_i^T = (\delta_{i2} - \nu\zeta_i)/\zeta_1 \quad (7d)$$

式 (6) の被積分関数 U_{ik}^{α} の表現 (7a) より、式 (6) は形式的に振幅を U_k^{α} とする平面波の重ね合わせと見ることができる。これより、固体中から水中へと伝播する平面縦波と横波の透過係数を、それぞれ $R^{LF}(\zeta_1)$ 、 $R^{TF}(\zeta_1)$ とすると、固体中の点 $\mathbf{y}$ の k 方向に作用する単位の集中力による水中の点 $\mathbf{x}$ における圧力を意味するグリーン関数 $G_k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は、式 (6) に透過係数に関する補正を加えて、

次のように書くことができる。

$$G_k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{\alpha=L,T} \frac{i}{4\pi\mu} \int_{-\infty}^{\infty} R^{\alpha F}(\zeta_1) U_k^{\alpha} \exp(ik_F \zeta^{\alpha F} \cdot \mathbf{x}) d\zeta_1$$

$$= \sum_{\alpha=L,T} \frac{i}{4\pi\mu} \left(\frac{c_T}{c_{\alpha}}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} R^{\alpha F}(\zeta_1) d_k^{\alpha} \nu^{-1}$$

$$\times \exp(ik_F \zeta^{\alpha F} \cdot \mathbf{x} - i k_{\alpha} \zeta \cdot \mathbf{y}) d\zeta_1 \quad (8)$$

ここに、 $\zeta^{\alpha F}$ と ν_{α}^{β} は次のようである。

$$\zeta^{\alpha F} = \left(\frac{c_F}{c_{\alpha}} \zeta_1, \nu_{\alpha}^F\right), \quad \nu_{\alpha}^{\beta} = \left\{1 - \left(\frac{c_{\beta}}{c_{\alpha}} \zeta_1\right)^2\right\}^{1/2} \quad (9)$$

上記、水-固体中のグリーン関数 $G_k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ を用いた水中の圧力 p に関する積分表現は次のようになる。

$$p(\mathbf{x}) = \int_S \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{y}) dS_y - \int_S \mathbf{T}_r(\partial_y) \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) dS_y \quad (10)$$

この表現において、 $\mathbf{x}$ は水中の観測点、 S は固体中の欠陥表面、 $\mathbf{y}$ は S 上の2次波源である。また、 $\mathbf{T}_r(\partial_y) \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は、固体中の点 $\mathbf{y}$ で $\mathbf{G}$ に表面力に関する微分を行うことを意味する。

遠方 ($|\mathbf{x}| \gg 1$) において、散乱圧力波 p^{far} の具体的表現を作りたい。まず、水-固体中のグリーン関数 (8) の遠方近似は次のようになる。

$$G_k^{far}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \sim \frac{1}{(8\pi k_F |\mathbf{x}|)^{1/2}} e^{i(k_F |\mathbf{x}| + \pi/4)} \sum_{\alpha=L,T} G_k^{\alpha}(\theta, \mathbf{y}) \quad (11)$$

ここに、

$$G_k^{\alpha}(\theta, \mathbf{y}) = \frac{c_{\alpha} \nu_{\alpha}^F}{\mu c_F} R^{\alpha F}(\zeta_1) U_k^{\alpha} \Big|_{\zeta_1 = c_{\alpha}/c_F \sin \theta} \quad (12)$$

グリーン関数の遠方近似 (11) を式 (10) に代入して、散乱圧力波の遠方表現を得る。

$$p^{far}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(8\pi k_F |\mathbf{x}|)^{1/2}} e^{i(k_F |\mathbf{x}| + \pi/4)} \Omega_F(\theta) \quad (13)$$

ここで、 Ω_F は幾何減衰項 ($1/\sqrt{|\mathbf{x}|}$) を除いた散乱圧力波の振幅であり、次のように書ける。

$$\Omega_F(\theta) = \int_S \mathbf{G}^{\alpha}(\theta, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{y}) dS_y$$

$$- \int_S \mathbf{T}_r(\partial_y) \mathbf{G}^{\alpha}(\theta, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) dS_y \quad (14)$$

遠方圧力波の表現 (13) と (14) において必要な積分は、欠陥表面 S 上だけである。

5. 数値解析例

Fig.2 に入射圧力波 p^I の入射角を $\theta_0 = 0^\circ$ とし (鉛直上方から入射)、観測点 $\mathbf{x}$ の観測角を $\theta = 0^\circ$ (鉛直上方から観測) とした場合の、固体内の界面付近に存在するクラックによる後方散乱圧力波の振幅 $|\Omega_L|$ を示す。横軸は、クラックの半分の長さ a で無次元化した水中圧力波の波数 ak_F である。パラメータは、クラックの傾き α である。クラックが界面に平行に存在する場合 ($\alpha = 0^\circ$)、 $ak_F = 1.8$ 付近にクラックと界面の相互干渉による圧力振幅の高まりが見られる。

Fig.3 は、2層固体界面に沿って長さ $2a$ のクラックが

入った場合の後方散乱縦波振幅 $|\Omega_L|$ を、固体内の無次元化縦波波数 ak_L に対してプロットしたものである。この場合、上層固体内の縦波の入射角は $\theta_L = 45^\circ$ (水中の圧力波の入射角は $\theta_0 = 9.4^\circ$ に対応) としている。クラック端からの波動の干渉効果による周期性が認められる。

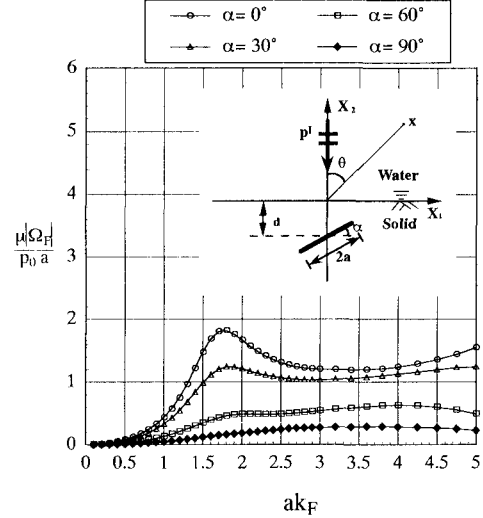


Fig.2 Scattered far-field $\frac{|\Omega_F|}{p_0 a}$ for cracks ($d/a = 1.5, \theta = 0^\circ$)

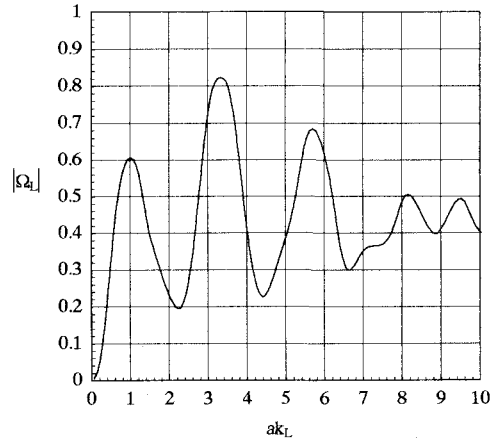
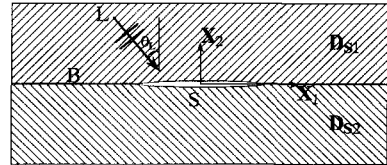


Fig.3 Scattered far-field $|\Omega_L|$ for L-wave incidence ($\theta_L = 45^\circ$)