

部分接合された異質弾性体の接合部近傍の応力集中解析

岐阜大学工学部 ○学生員 金 泰烈

岐阜大学工学部 正会員 藤井康寿

1. まえがき

本研究では、弾性特性(ヤング係数、ポアソン比)が異なる2種類の等方性弾性体が直線状有限部分でのみ接合されている場合の応力集中問題を解析する関数解を導くことを目的とする。

土木工学におけるこのような研究は、接合面亀裂(インターフェイスクラック)の問題として扱われ、たとえばコンクリートの打ち継ぎ目・コンクリートと岩盤の接触面・異質地層間の空隙周辺の応力集中問題の研究として多くの研究者によって手掛けられている。しかし理論的な研究の成果はインターフェイスクラック先端の応力集中は集積特異点の様相を示すため、非現実的で活用するのは望めない。

本研究ではクラック先端部分に開口変位と応力が共存するフラクチャープロセスゾーン(破壊進行領域)を設定することにより、従来の研究で現れているようなクラック先端において応力集中が振動する不合理な集積特異点も現れず、有限で滑らかな応力集中を構成する応力関数を導き検討を試みている。

2. 基本的な関数

異なる弾性定数 $E_1, \nu_1, G_1, E_2, \nu_2, G_2$ を有する2つの半無限板が図-1に示すように外部クラックを有し区間 $|y| < a$ (長さ $2a$ の有限部分でのみ連続する)でのみ接合されているものとする。

$|y| > a+b$ 区間では、 $\sigma_x = \tau_{xy} = 0$

$a < |y| < a+b$ 区間は応力度 σ_x, τ_{xy} もあり開口変位も存在するフラクチャープロセスゾーンに相当する区間である。

このような接合無限板が無限遠方で一様引張り応力($\sigma_x = \sigma_0, \sigma_y = 0, \tau_{xy} = 0$)が作用しているものとする。このようなインターフェイスクラック問題の複素応力関数 W は次のように定義される。

$$\nabla^2 \nabla^2 W(x, y) = 0 \quad W_j(z) = \bar{z} \phi_j(z) + \varphi_j(z)$$

$$\sigma_{xx} = \operatorname{Re}[\partial^2 W_j / \partial y^2], \quad \sigma_{yy} = \operatorname{Re}[\partial^2 W_j / \partial x^2], \quad \tau_{xy} = \operatorname{Re}[\partial^2 W_j / \partial x \partial y]$$

$$2G_j(u_j + i v_j) = \kappa_j \phi_j(z) - z \overline{\phi_j'(z)} - \overline{\varphi_j'(z)} \quad (j=1, 2)$$

である。

[引張りの場合]

$$\phi_j'(z, a, b) = iz^2 \frac{d}{dz} G(z, a, b) + iz \frac{d}{dz} F(z, a, b)$$

$$\phi_j(z, a, b) = izG(z, a, b) + izF(z, a, b)$$

をモデルに対して適用する。

ここで、関数 $F(z, a, b), G(z, a, b)$ はそれぞれ次のように表される。

$$F(z, a, b) = 2A_j [\sinh\{(1+i\alpha)H(z, a, b)\} + \sinh\{(1-i\alpha)H(z, a, b)\}]$$

$$G(z, a, b) = 2B_j [\cosh\{(1+i\alpha)H(z, a, b)\} - \cosh\{(1-i\alpha)H(z, a, b)\}]$$

但し、式の誘導および解析関数 $H(z, a, b)$ に関する詳細は省略するがパラメータ α はbi-elastic constant¹⁾であり

$$\alpha = \frac{1}{\pi} \log \left\{ \frac{\kappa_2/G_2 + 1/G_1}{\kappa_1/G_1 + 1/G_2} \right\}$$

$$\kappa_3 = (3 - \nu_3) / (1 + \nu_3), \quad G_3 = E_3 / \{2(1 + \nu_3)\}$$

である。

積分定数は $A_2 = -A_1$, $B_2 = -B_1$ であり、

$$A_1 \left(\frac{\kappa_1 - 1}{G_1} - \frac{\kappa_2 - 1}{G_2} \right) \cosh(a\pi/2) + B_1 \left(\frac{\kappa_1 + 1}{G_1} - \frac{\kappa_2 + 1}{G_2} \right) \sinh(a\pi/2) = 0$$

という関係を満足しなければならない。

無限遠方 ($x=0, y \rightarrow \infty$) における一様引張り応力 σ_∞ の和が一定値、あるいは接合部の平均応力 σ_0 が一定という条件を満足するためには $A_1 = 1$ とすればよい。

3. 計算例

上記の解析関数を用いて、接合面 ($X=0$) における σ_x の総和が一定値 P となる引張力が作用する場合の計算例を示す。材料特性として領域 $x < 0$ の弾性定数 $E_2 = 2.1 \times 10^9 \text{ kg/cm}^2$, $\nu_2 = 0.3$ 、領域 $x > 0$ の弾性定数 $E_1 = E_2/7$, $\nu_1 = \nu_2/3$ とする。有限連続部分の $a = 1 \text{ cm}$, $b = 0.3 \text{ cm}$, $y \rightarrow \infty$ ($x=0$) における一様引張り応力 $\sigma_0 = 1 \text{ kg/cm}^2$ として応力集中と変位の状態を計算して図示する。

図2～図6は $|y| < 3$, $|x| < 2$ の領域の応力度 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ と変位 u, v を示したものである。 y 軸上の $|y| > a+b$ 区間は応力解放部分 ($\sigma_x = \tau_{xy} = 0$)、 $a < |y| < a+b$ 区間は開口しつつ応力度が緩やかな勾配で立ち上がる部分でフラクチャープロセスゾーンに相当することが明かである。

4. 結論および進捗状況

これらの図によってプロセスゾーン ($a < |y| < a+b, x=0$) 近傍の応力集中は滑らかであることが理解し得よう。計算例では応力集中の滑らかさを理解し易いように b の長さを長くしているが、 $b \rightarrow 0$ とすると最大応力 $\sigma_{\text{max}} \rightarrow \infty$ となることが応力関数の形状から理解し得よう。本研究のような応力度と開口変位が共存する区間を構成する応力関数による応力集中は、従来の解¹⁾のように集積特異点の状態にならないことが示された。

【参考文献】

- 1) F. Erdogan : Stress Distribution in Bonded Dissimilar Materials with Crack.
Trans. of the ASME, J. of Appl. Mech., 32, pp.418-423, (1965).

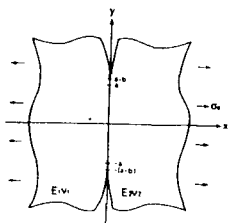


図-1 解析モデル

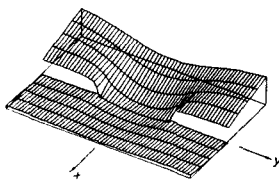


図-2 変位-U

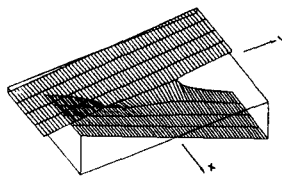


図-3 変位-V

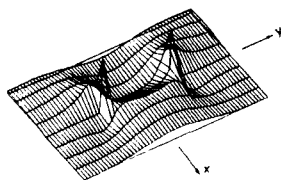


図-4 応力- σ_x

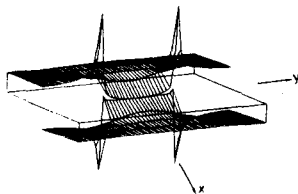


図-5 応力- σ_y

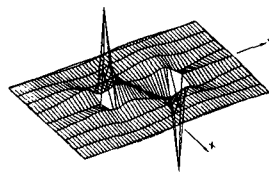


図-6 応力- τ_{xy}