モールの破壊基準による信頼性解析

信州大学工学部　正会員　長　尚
信州大学大学院　○肥塚　二朗

1．まえがき　本研究はHarald Kreuzer and Karl V.Buryの論文である，RELIABILITY ANALYSIS OF MOHR FAILURE CRITERION(Proc. of ASCE,Vol.115,No.EM3,1989) に準じて計算を行った結果を比較し検討したものである．Kreuzer らの論文はマスコンクリート構造物で通常みられる応力の２軸状態において，モールの破壊基準を用いて信頼性解析を行ったものである．具体的には決定論的解析法である安全率と信頼性解析である安全性指標の比較を行っている．

2．破壊基準関数と確率変数　図１はモール円と破壊包絡線を示したものである．安全率Ｆｓと破壊基準関数ｇ（ｘ）は下記のようにKreuzer らが定義していたものをそのまま用いる．

$$Fs=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \quad (1)$$

$$g(x)=\overline{AC}-\overline{AB} \quad (2)$$

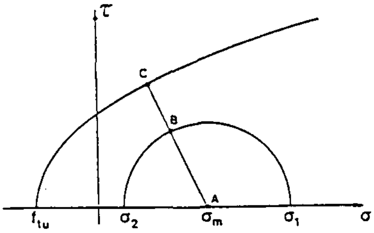

図1　モール円と破壊包絡線

この破壊基準関数においてKreuzer らは確率変数ｘを最大主応力σ_1,最小主応力σ_2,一軸圧縮強度f_{cu}，タイプ毎の引張強度f_{tu}とし，また実際の設計などで行われているようにf_{cu}とf_{tu}が比例関係にあると仮定している．この関係を式で表すと次のようになる．

$$f_{cu}=W\cdot f_{tu} \quad (3)$$

ここにWは既知の定数である．そこでKreuzer らはσ_1，σ_2，f_{cu}の３つの変数は統計的に独立であるとしており，式（2）を変形した，次のような破壊基準関数を用いている．

$$g(\sigma_1,\sigma_2,f_{tu})=\sqrt{f_{tu}(1+Q)\{\sigma_1+\sigma_2+f_{tu}(1-Q)\}}-\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2} \quad (4)$$

ここに，$Q=(W/2)-\sqrt{W+1}$　である．

それに対し著者らは最大主応力と最小主応力はそれぞれ同じ確率変数である荷重から発生するので，これらは比例関係にあると考え，次のように確率変数を２つにして計算を行った．

$$g(\sigma_1,f_{tu})=\sqrt{f_{tu}(1+Q)\{(1+\alpha)\sigma_1+f_{tu}(1-Q)\}}-\frac{(1-\alpha)\sigma_1}{2} \quad (5)$$

ここに，$\alpha=\sigma_2/\sigma_1$ である．

3．解析の範囲　本研究はKreuzer らの方法に準じているため，表１に示すような組み合わせで解析を行った．これらの組み合わせの中でケース２をスタンダードとしている．またケース２と５は荷重の影響を，ケース２と４は品質管理の影響を，ケース１と３はコンクリートタイプの影響をそれぞれ比較している．

荷重のタイプ	品質管理	コンクリートの強度			分布形	
		弱い	中間	強い	荷重	強度
常時	高い	ケース１	ケース２	ケース３	N	LN
常時	低い		ケース４		N	N
非常時	高い		ケース５		G	LN

表1　変数の組み合わせと分布形の仮定

4．２変数と３変数の解析の比較　Ｆｓとβの関係を図示したものを，図２から図４に示す．これらのグラフはケース１において両者の関係に及ぼす荷重と強度の不確かさの影響を表している．横軸に安全率

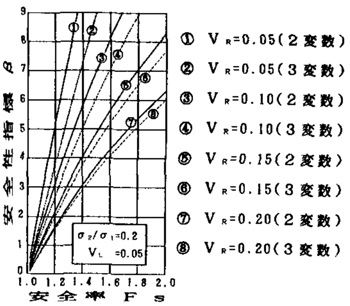

図2 V_L=0.05,ケース1, α= 0.2

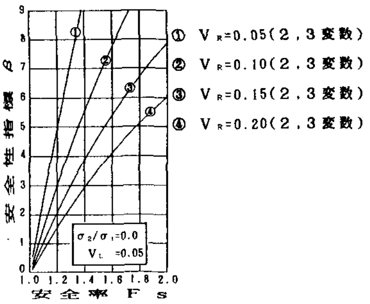

図3 V_L=0.05,ケース1, α= 0.0

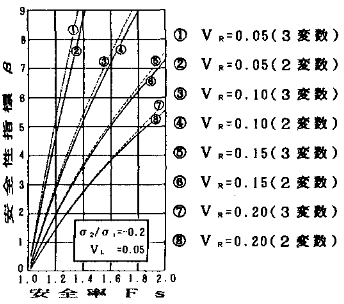

図4 V_L=0.05,ケース1, α=−0.2

Ｆｓが，縦軸に安全性指標β（破壊確率P_f）がとられており，２変数の場合は実線で３変数の場合は点線で示してある．また応力状態を表す主応力の比($\sigma_2／\sigma_1$)は純圧縮(0.2)，一軸圧縮(0.0)，引張圧縮(-0.2)の３つが与えられおり，不確かさのレベルは荷重の変動係数V_Lと材料抵抗力の変動係数V_Rで示されている．V_LとV_Rに対して選ばれている値の範囲はマスコンクリート構造物における典型的な経験値である．

これらの図の形状から２変数と３変数どちらの場合においてもβとＦｓは安全性の尺度として一致しているが，βの方が不確かさのレベルに応じて敏感に反応していることがうかがえる．その関係は線形に近いが，変動係数が大きくなるにつれて緩やかになっている．このような関係は数値的にいくらかの違いが生じているけれども２変数と３変数，どちらの場合においても等しく成り立っている．また荷重の変動係数が０のときと主応力差が０のとき，β値が２変数と３変数で一致する．これらは荷重（または最小主応力）がβ値に影響を及ぼしていないために起こるものである．

２変数と３変数の場合のβ値の大小関係に注目すると，σ_2/σ_1=0.2 の応力状態においては２変数の方が３変数の場合より大きなβ値を示し，σ_2/σ_1=-0.2の応力状態では３変数の方が２変数の場合より大きなβ値を示している．この現象の理由は，βが破壊基準関数$g(\mathbb{x})$の変動係数の逆数であるということから容易に説明できる．例えば，次のような破壊基準関数を仮定する．

$$g_3(\mathbb{x})=x_1-(x_2-x_3)=0 \tag{6}$$

この３変数の関数において，x_2とx_3に完全相関があるとして次のような２変数の関数に変形する．

$$g_2(\mathbb{x})=x_1-x_4=0 \tag{7}$$

ここに$x_4=x_2-x_3$ である．この２つの関数のβの値は次のようになる．

$$\beta_3=\frac{1}{V_{g3}}=\frac{\overline{x_1}-(\overline{x_2}-\overline{x_3})}{\sqrt{(\overline{x_1}V_1)^2+(\overline{x_2}V_2)^2+(\overline{x_3}V_3)^2}} \tag{8}$$

$$\beta_2=\frac{1}{V_{g2}}=\frac{\overline{x_1}-(\overline{x_2}-\overline{x_3})}{\sqrt{(\overline{x_1}V_1)^2+\{(\overline{x_2}-\overline{x_3})V_2\}^2}} \tag{9}$$

式（８），（９）から$\overline{x_3}$が正のとき$\beta_2>\beta_3$であり，$\overline{x_3}$が負のとき$\beta_2<\beta_3$であることわかる．したがって本研究の破壊基準関数におけるβ値もこの関係が成り立つことは明らかであり，上記のような現象が起こるのである．

５．結論　　本研究では上述したもの以外にもKreuzer の論文で計算されているものすべてについて，２変数と３変数の解析について比較をおこなったが，それらにおいても数値的な違いはあるけれども安全性指標の持つ性格に大きな違いは現れなかった．したがってKreuzer らの論文で考察されていることについては数値的な問題があるにしても評価することができる．しかし３変数で解析を行うということは，マスコンクリート構造物における応力の２軸状態の性質を正確に反映しておらず，そういった意味では間違った扱いであったといえる．