

円形境界で接合する異質弾性体の未接合領域近傍の応力分布解析

佐藤鉄工(株) ○正会員 村瀬安彦
岐阜大学工学部 正会員 中川建治

1. まえがき

弾性係数の異なる2種類の弾性体が接合されている境界面に、未接合部分を持つ接合部はインターフェースクラック(接合面亀裂)と名付けられている。土木工学の分野ではこのインターフェースクラックの問題に対応する力学モデルは多く、例えば鉄管の回りに打設されたコンクリートとの接触面の問題、岩盤上に打設されたコンクリート打設面の空隙周辺の応力集中問題等である。

境界面未接合領域近傍の問題は従来多くの研究者によって手掛けられてきたが、理論的な研究成果は集積特異点が生じる極めて非実用的なものである。本研究は円形境界で接合する異質弾性体のインターフェースクラック周辺の応力解析解を滑らかで有限なものとして導いたのでここに報告する。

2. 解析方法

(1) 対象モデル

対象とするモデルは、図-1に示すように弾性係数の異なる材料が円周方向に沿って接合されているものとし、中心軸から $|\theta| \leq \omega$ の境界部(z_1 から $\bar{z}_1$)が未接合になってクラックを構成しているものとする。このように z_1 から $\bar{z}_1$ に至る任意曲線に沿って開口する曲面は次式で表され、式よりクラック先端には特異点が生じ、応力度は急変化し無限大になる。

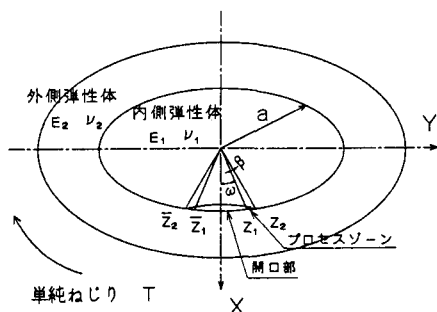


図-1 解析モデル

$$H_0(z, a, \omega) = \frac{1}{2} \log\left(\frac{z - ae^{-i\omega}}{z - ae^{i\omega}}\right) = H_{0r} + iH_{0i}$$

(2) 急変化応力分布を平滑化する一手法

急変化する応力分布を平滑化する手法としてクラック先端の位置を表わすパラメータ z_1 に関する重み積分(重みは $\rho(z_1)$)を行う方式を採用した。積分区間はプロセスゾーン相当の区間となって、応力も変位も存在し応力度の連続性も保たれる。

$$\rho_1(t) = c_1(t - z_1)(t - z_2)dt \quad (\omega < |\theta| < \omega + \beta)$$

$$\rho_2 = c_2\left(\frac{a^2}{t} - \bar{z}_1\right)\left(\frac{a^2}{t} - \bar{z}_2\right)d\left(\frac{a^2}{t}\right) \quad (\omega < |\theta| < \omega + \beta)$$

$$H_2(z, a, \omega, \beta) = \int_{z_1}^{z_2} \int_{\bar{z}_2}^{\bar{z}_1} \frac{1}{2} \log\left(\frac{z - ae^{-i\omega}}{z - ae^{i\omega}}\right) \rho_1 \rho_2 dz_u dz_L$$

ここに z_1, z_2 はクラック先端のプロセスゾーンの両端の座標である。

(3) 解析解

複素応力関数の一般解は以下となる。

$$\begin{aligned} \nabla^2 \nabla^2 W &= 0 & W &= \bar{z}\phi + \phi \\ 2G(u - iv) &= k\overline{\phi(z)} - \bar{z}\phi'(z) - \phi'(z) \end{aligned}$$

解析解として、式(2.1)~(2.6)を選定する。

$$\phi = d_1 z F_1 + d_2 z F_2 + d_3 z F_3 + d_4 z F_4 = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned}\phi' &= d_1(-a^2 F_1') - d_2 a^2 \left(-\frac{2}{Z} F_2 + F_2' \right) + d_3(-a^2 F_3') - d_4 a^2 \left(-\frac{2}{Z} F_4 + F_4' \right) \\ &= \phi_1' + \phi_2' + \phi_3' + \phi_4' \quad (2.2)\end{aligned}$$

d_1, d_2, d_3, d_4 ; 係数 a ; 異なる材質の境界面の半径

$$F_1 = \cosh\{(1+i\alpha)H_2\} - \cosh\{(1-i\alpha)H_2\} \quad (2.3)$$

$$F_2 = \sinh\{(1+i\alpha)H_2\} + \sinh\{(1-i\alpha)H_2\} \quad (2.4)$$

$$F_3 = \operatorname{icosh}\{(1+i\alpha)H_2\} + \operatorname{icosh}\{(1-i\alpha)H_2\} \quad (2.5)$$

$$F_4 = -i\sinh\{(1+i\alpha)H_2\} + i\sinh\{(1-i\alpha)H_2\} \quad (2.6)$$

$$\alpha = \frac{1}{\pi} \log \left\{ \frac{\frac{k_2}{G_2} + \frac{1}{G_1}}{\frac{k_1}{G_1} + \frac{1}{G_2}} \right\} \quad \begin{array}{l} \alpha \text{ ; Bi-Elastic Constant} \\ k_j = \frac{3-\nu_j}{1+\nu_j} \quad \begin{array}{l} j=1 \text{ ; 内側} \\ j=2 \text{ ; 外側} \end{array} \\ G_j = \text{せん断弾性係数} \end{array}$$

(4) 計算例

計算モデルとして鋼の周りにコンクリートが打設された構造体（平面ひずみ）を念頭に置き、内側弾性体（領域 $r \leq a$ ）の弾性係数を $E_1 = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $\nu_1 = 0.3$ とし、外側弾性体（領域 $r > a$ ）の弾性係数を $E_2 = E_1/7$, $\nu_2 = 0.167$ とする。未接合部の区間 $|\theta| \leq \omega$, $\omega = 20^\circ$, プロセスゾーン $\beta = 10^\circ$ とし、単純ねじり荷重 $T = 2700 \text{ kg}$ を作用させる。内側、外側の境界面半径 $a = 10 \text{ cm}$ とし解析した結果を図-2～図-7に示す。

3. まとめ

a) 境界上の開口部において応力度 σ , τ は完全に 0 に収束し、プロセスゾーンでは集積特異点の特徴は表れずに有限で滑らかな応力集中が構成されている。

b) 変位 U_r , U_θ についても滑らかな開口部が形成されている。

c) 本研究で提案した解析モデルは完全な弾性解でありながらクラック周辺における応力と変位が共存する部分を表現できた。

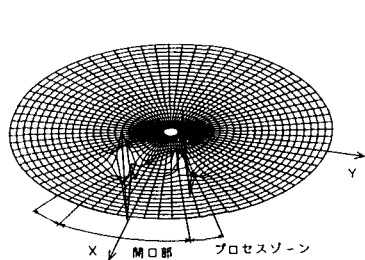


図-2 応力 σ_r

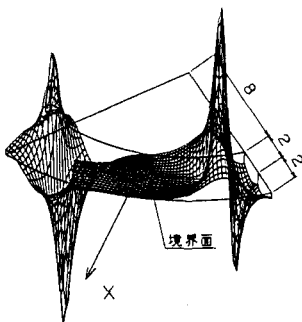


図-3 応力 σ_r (開口部拡大)

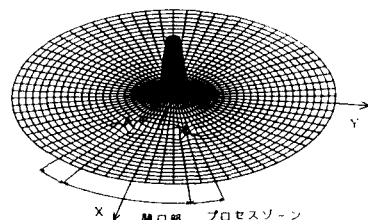


図-4 応力 τ_{θ}

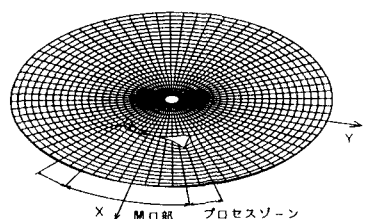


図-5 変位 U_r

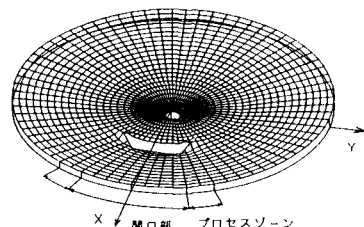


図-6 変位 U_θ

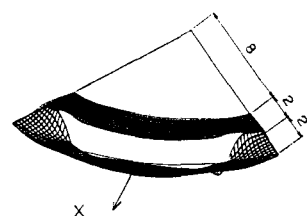


図-7 変位 U_θ (開口部拡大)