

膜構造物のリンクリング現象に関する研究

信州大学 学 生 ○松井 稔 長野高専 正会員 遠藤 典男
 信州大学 正会員 永谷 秀樹 信州大学 正会員 三井 康司

1. まえがき 近年建設工学の分野において巨大構造物が注目されている。これら膜構造物は、従来の重構造物とは異なり、軽量かつ比較的簡単に建設並びに撤去が可能である。このため、これら構造物の適用範囲は、今後益々増加の傾向をたどるものと思われる。膜構造物は、曲げや圧縮に抵抗できず、面内引張応力と面内せん断応力にのみ抵抗する特性を持つ。この特性より、膜構造物特有のしわが発生し、変位および応力に対し影響を与える（リンクリング現象）。そこで、本研究はこれら膜構造物に対する基礎的研究として、新たに有効なリンクリング解析手法を提案する。

2. 有限要素によるリンクリング現象の定式化 2次元直交座標系X-Y並びに主応力方向において、一般的な弾性体の応力-ひずみ関係は、次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [D_{xy}] \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1) \quad \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [D_{12}] \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ただし、

$$[D_{xy}] = [D_{12}] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

要素内にリンクリングが発生した状態において、式(2)の応力マトリクス $[D_{12}]$ を次式のように定義する。

$$[D'_{12}] = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu E}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu E}{1-\nu^2} \psi & \frac{E}{1-\nu^2} \psi & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (4)$$

ただし、

$$G = \frac{E \cdot E \psi}{E(1+\nu) + E(1-\nu)\psi}, \quad \phi = \frac{A_w}{A_s}, \quad \psi = (1-\phi)$$

ここで、 A_s は要素面積、 A_w はリンクリング発生領域面積であり、 ϕ はリンクリング発生領域の割合、 ψ はリンクリングの発生していない領域の面積の割合である²⁾。 σ_2 方向での剛性低減を考慮するため、 σ_2 方向の弾性係数を $E\psi$ としている。

リンクリング現象発生後次式が成立する。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [D'_{12}] \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

式(4)に示したリンクリング発生後における応力マトリクス $[D'_{12}]$ を、直交座標系X-Yに座標変換を行うと次式ようになる。

$$[D'_{xy}] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -2cs \\ s^2 & c^2 & 2cs \\ cs & -cs & c^2-s^2 \end{bmatrix} [D'_{12}] \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -cs \\ s^2 & c^2 & cs \\ 2cs & -2cs & c^2-s^2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (6)$$

ここで、 $c = \cos \theta$ 、 $s = \sin \theta$ である。

3. 解析手法 2.で示した $[D'_{xy}]$ を用いると、式(7)は ψ 、 θ をパラメータとする応力-ひずみ関係であり、ここに $\tau_{12}=0$ 、 $\sigma_2=0$ なる付帯条件を加味し収斂計算を行うことにより、リンクリングの発生した

要素の挙動を評価する。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [D'_{xy}] \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

ψ の算定について、まずリンクリング発生要素では1軸応力状態を仮定すると、応力-ひずみ関係は次式で与えられる。

$$\sigma_x = c^2 E \epsilon_1 = c^2 \sigma_1, \quad \sigma_y = s^2 E \epsilon_1 = s^2 \sigma_1, \quad \tau_{xy} = c s E \epsilon_1 = c s \sigma_1 \quad (8 \cdot a \sim c)$$

$\sigma_2 < 0$ の状態、すなわちリンクリングが発生した場合、 $\sigma_2 = 0$ とするように、 ψ を決定する。

$$\psi = \psi \left(\frac{\sigma_2}{E \epsilon_2} \right) \quad (9)$$

4. 数値解析例 解析で扱うモデルは、図-1のような片持ち梁 ($a=4$ cm, $b=2$ cm) を考える。解析の便宜上、ポアソン比 $\nu=0.1$ 、弾性係数 $E=10^3$ (kgf/cm²)、膜厚 $t=1$ (cm)、荷重は節点NO.5 $P_y=-0.3$ (kgf)、節点NO.15 $P_x=0.9$ (kgf) を与えている。

図-2は、本解析手法(解析手法1)の妥当性を検証するため、参考文献1の解析手法¹⁾(解析手法2)、並びに弾性解との比較を示す。解析手法1、解析手法2では、弾性変位とは全く異なった挙動を示すことが解る。また、解析手法1の最大変位(節点NO.5 Y方向)は、解析手法2の変位より4.65%大きく評価される。リンクリング発生要素についても、解析手法1は2要素(要素NO.2,3)であるのに対し、解析手法2は1要素(要素NO.2)にリンクリングが発生している。

5. あとがき 本研究で提起した解析手法は、先の解析例等よりリンクリング現象を評価する上で有効である。また、等方性材料のみ考慮した解析手法2(参考文献1)とは異なり、異方性材料にも容易に拡張可能であり、一般的に膜材料は異方性が大きいことを考慮すると、本研究は有効なものであると考えられる。

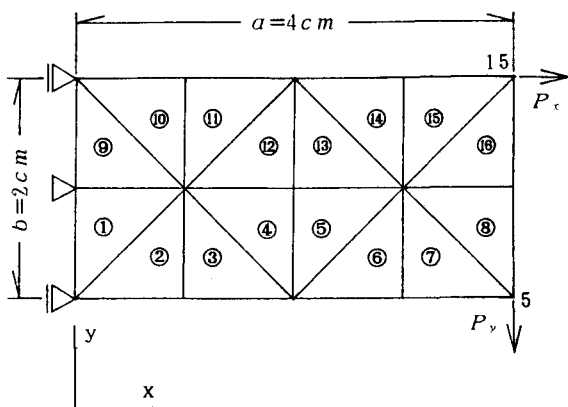


図-1 解析モデル

— 弾性解
— 解析手法1
- - 解析手法2

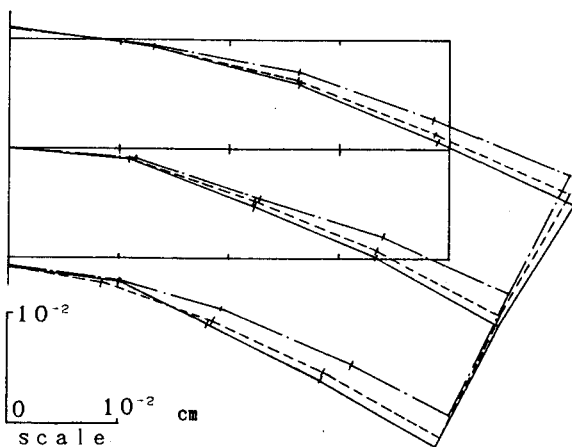


図-2 変形図

<参考文献>

- 1) R.K.Miller, J.M.Hedgepeth, V.I.Weingarten, P.Das & S.Kahiyay : Finite Element Analysis of Partly Wrinkled Membranes, Computer & Structures Vol.20, No.1-3, 1985
- 2) D.G.Roddeman, J.Drukker, C.W.J.Domens, J.d.Janssen : The Wrinkling of Thin Membranes Part 1-Theory, Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics Vol.54, DECEMBER, pp.884-887, 1987