

動的、静的及び座屈影響を考慮した最適設計の一手法

岐阜大学工学部 学生員 ○ 前田昌克

瀧上工業 (株) 正会員 高木録郎

岐阜大学工学部 正会員 中川建治

1 : 概要

骨組構造物の最適設計の一手法として骨組主部材の総重量を一定に保つ条件のもとに、動的静的及び座屈影響を考慮した最も有効な構造部材の断面を設計する方法を提案する。

具体的には、

(1) 動的に最適な設計法とは構造物の固有周期の二乗和を最小にする設計法であり、動的応答の基本周期を最小にすることを意味する。

(2) 静的には死、活荷重により各構造部材に発生する応力度の発生頻度に対して、応力度の二乗和を最小にする設計法であり、各々の部材の発生応力度が平均化された構造物の設計を目指すものである。

(3) 座屈の影響については、構造部材の座屈荷重の逆数和を最小とする設計法であり、近似的に構造物の第一座屈荷重を最大とすることである。

この設計法では構造物の解析手法の1つである変形法の剛性行列 S を、部材の幾何学的構成を表わす行列 C と部材の断面性能を表わす行列 D からなる要素行列の3つの積に因数分解する方法 ($S = C^T D C$) を用いて解析する。この場合、静定構造物では3つの要素行列は正方行列であり、剛性行列の逆行列が正方行列の積として容易に求められる。しかし、不静定構造物では剛性行列が不静定次数分だけ行あるいは列の数が多い矩形行列の積となり、因数分解のままで逆行列を求めることは不可能である。このため、著者等は矩形行列を拡張された正方行列に変換することで、一般化された剛性行列として解析する方法を導いた。

$$S = C^T D C \quad \text{ただし} \quad C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix} \quad \text{に対して} \quad C = \begin{bmatrix} A & R_u \\ B & R_L \end{bmatrix} \quad \text{として}$$

$$S = \begin{bmatrix} A^T & B^T \\ R_u^T & R_L^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & R_u \\ B & R_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} \quad \text{と表現する。}$$

数学的には与えられた付帯条件 (総重量一定) のもとに極値問題を繰り返し計算法で収束させて最適値を求めることになる。

著者等は動的及び静的問題における最適設計法と計算例については既に発表してきた¹⁾が、本稿では座屈影響についての設計アルゴリズムを簡単に紹介し、設計計算例を合わせて記述する。

2 : 座屈影響を考えた最適設計アルゴリズム

柱の座屈問題はたわみ u と曲げ剛性 $E I$ 、座屈荷重 P_{cr} とするとよく知られた次の基本式で表わされる。

$$E I \ddot{u} + P_{cr} u = 0$$

上式を行列表示すると $S u + \xi H u = 0$

ここで $S = C^T D C$ 、 $H = \Delta C^T C^{-1} P$ であり、 ΔC は座屈が生じる場合の部材幾何学変化量を表わす行列である。また、 ξ は固有値、 u は座屈モード行列である。

求められた固有値 ξ は座屈荷重 P_{cr} そのものであり、固有値の逆数和は座屈荷重の逆数和を意味することになる。したがって、動的、静的の場合と同じく

$$\Sigma 1/\xi = \text{Trace} (C^{-1} D^{-1} C^T \Delta C^T C^{-1} P) \quad \text{となる。}$$

3 : 計算例

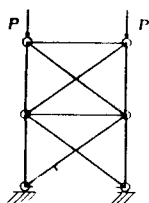
座屈計算の例として門型のトラスを対象にした計算結果を示す。図-Aの適用例では全体座屈のみを考慮し部材の局部座屈を生じさせない場合である。図-Bは部材の局部座屈も考慮するものである。座屈に対する斜材の効果を推定するには良い計算例となっている。現実的な計算例として阪神高速道路公団の設計による橋脚(B-C)に対する適用例を示す。積荷荷重は図示したように限定されているが、これらの荷重に対する動的最適設計と座屈荷重逆数和最小設計の結果である。設計原案の断面と較べて本研究の最適設計の観点からは、上部水平材を細くして、その削減部分を中間層の水平材と脚部の補強に活用した方が有効な設計となるという結果が得られた。(断面図は各部材の断面積を初期断面-点線、最適断面-実線の棒グラフで表している)

1) 高木録郎 他 2 名: 動的あるいは静的に有効なアーチ橋とトラス橋の設計法に関する研究、技報 たかがみ vol110 1992, pp. 61-67, 1992 年 4 月

【図-A】

座屈荷重

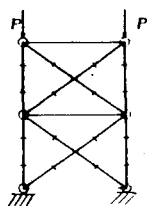
$$P = 1 \text{ t}$$



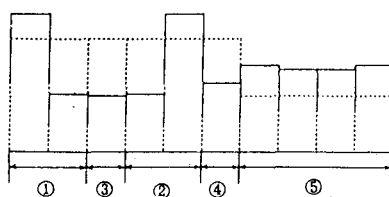
【図-B】

座屈荷重

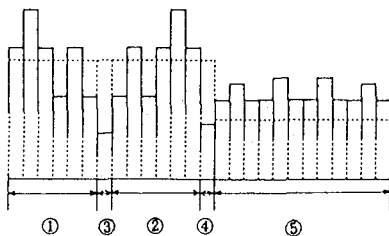
$$P = 1 \text{ t}$$



【図-A断面図】



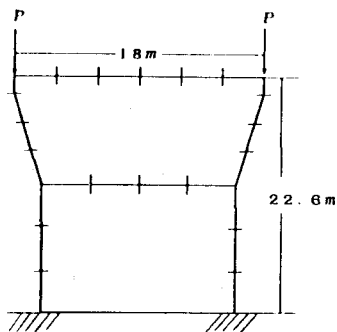
【図-B断面図】



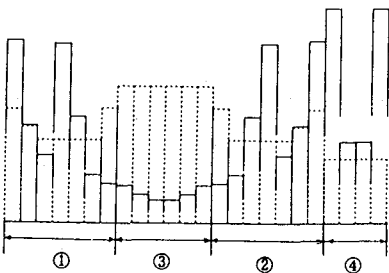
【図-C】

座屈荷重

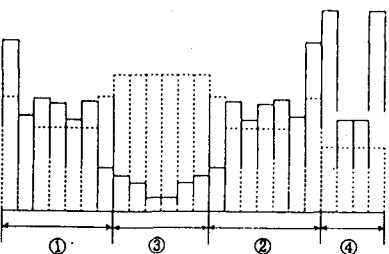
$$P = 520.5 \text{ t}$$



【図-C(動的)】



【図-C(座屈)】



①左側部材 ②右側部材 ③上部水平材 ④中間水平材 ⑤斜材