多点支持柱の弾塑性座屈モードの局所化と変形能

名古屋工業大学　学生員　鳥羽　保行　　名古屋工業大学　正員　後藤　芳顯
名古屋工業大学　学生員　川西　直樹　　名古屋工業大学　学生員　宮下　敏

1．まえがき：軸力を受ける構造物の耐荷力は、つり合い経路上に存在する第1分岐点により支配されることは周知のとおりである。しかしながらこの分岐モードが対称である場合、その変形能は分岐後の経路上に存在する第2分岐点に起因する座屈モードの局所化に影響されることについては必ずしも十分知られていない。ここでは分岐後対称変形を生ずる例として、多点支持柱を対象に弾塑性分岐解析を行い座屈モードの変化に伴う変形の集中化が変形能に及ぼす影響を検討する。

2．弾塑性有限変位解析：今回用いた材料構成則は、ひずみ硬化を考慮した図1に示すbilinear型のモデルで、断面には、図2のような残留応力を仮定した。断面構成則はこれらにもとづき、Plastic-zone theoryにより考察した。棒材の幾何学的非線形解析としては有限ひずみ、有限変位問題を正確に扱いうる剛体変位除去の手法によった。

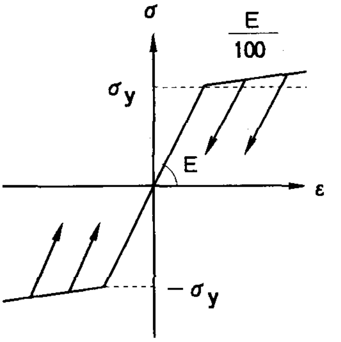

図1　一軸応力下の応力歪関係

3．弾塑性分岐解析：変形能に影響する第2分岐点は、分岐後の極限点以降に存在するために、その分岐挙動は荷重増分型の手法では解析できず、変位制御型の解析手法を用いることになる。文献1)で示した荷重制御型のHillの分岐の条件についても変位制御型に書き変える必要がある。ここでは、荷重載荷点に当たる節点番号をmとし、ΔD_m を制御変位に選んだ場合の分岐の条件式を以下に示す。

$$\Delta\Pi = (\Delta\overline{D}{}^b_i - \Delta\overline{D}{}^f_i)\,\Delta\widetilde{K}{}_{ij}^c\,(\Delta\overline{D}{}^b_j - \Delta\overline{D}{}^f_j) + (\Delta D^b_i - \Delta D^f_i)\{(\Delta K_{ij}^c - \Delta K_{ij}^f)\Delta D^f_j + (\Delta K_{ij}^b - \Delta K_{ij}^c)\Delta D^b_j\} = 0 \tag{1}$$

ここで、ΔD は変位増分、$\Delta\overline{D}$ は制御する節点変位番号をmとし、ΔD から第m成分を削除したものを示す。また$\Delta\widetilde{K}_{ij}$ は接線剛性 ΔK_{ij} のm行m列を削除したものを示し、上添え字 f，b は、基本経路、分岐経路に関する物理量を表す。上添え字 c は除荷の場合も負荷剛性をとると仮定するcomparison solidsとしての構造システムを意味する。そして、式(1)を満足する点が、分岐点であり以下の条件式が成立しなければならない。

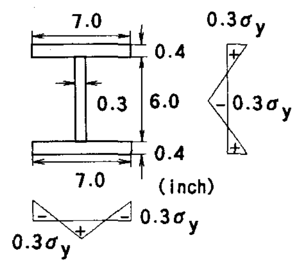

図2　断面形状と残留応力分布

$$det\,|\Delta\widetilde{K}{}_{ij}^c| = 0,\ \Delta\mu = 0,\ \Delta D^b_j - \Delta D^f_j = C D^g_j \tag{2.a～c}$$

なぜならば極限点を越えても第2分岐点までは $det\,|\Delta\widetilde{K}{}_{ij}^c| \geqq 0$ かつ$\Delta\mu \geqq 0$ だからである。ここに、$\Delta\mu$ は式(1)の第2項、またD^g_j はΔK_{ij}^c の零固有値に対応する固有ベクトル、Cは任意定数である。定数Cは、基本経路方向ひずみ増分を $\Delta\varepsilon_{ij}^f$ 、分岐経路方向ひずみ増分を$\Delta\varepsilon_{ij}^b$ とすれば、式(2.b)より次式の条件を満足する最小値として定めることができる。

$$\Delta\varepsilon_{ij}^f \geqq 0\ ,\ \Delta\varepsilon_{ij}^b \geqq 0 \tag{3.a,b}$$

つまりCの最小値をC_{min} とすれば分岐ベクトルは次式で与えられる。

$$\Delta D^b_j = \Delta D^f_j + C_{min} \times D^g_j \tag{4}$$

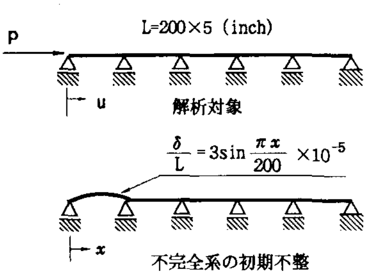

図3　解析対象と初期不整

これを分岐経路方向の変位増分ベクトルとして収束計算を行えば分岐の第１ステップの解が得られる。すなわち、第２分岐の場合も第１分岐の場合とほぼ同様に分岐経路を追跡することができる。

４．数値計算例と考察：解析対象は５点で等間隔に支持された図３に示す多点支持柱を考えた。はじめに単調変位増分下の挙動について解析した結果を図４に示す。図から分かるように、第１分岐の後、対称座屈変形モードで変形が進み少しの間荷重増加がみられる。これは分岐した後に部材が除荷し剛性が上がるためである。そして極限点をこえてから構造物が不安定になった直後に第２分岐点が存在する。この分岐モードは端部の座屈変形が卓越するモードである。第２分岐経路での特徴としては荷重減少が第１分岐経路に比べさらに顕著で、変形能も大きく低下することである。これは対称モードでは塑性化がある程度均一に起こるが、非対称モードでは塑性化の進行が局所的に集中するためである。

次に繰り返し荷重下の解析結果を図5と図6に示す。この解析には図3のような幾何学的な初期不整を与えて行った。図5は、変位の振幅一定で第２分岐点を越えたところで繰り返したものである。1サイクル目に比べて、2サイクル目では耐荷力の増加が見られるが、これは１度繰り返したことによって残留応力の影響が小さくなったためと考えられる。極限点を越えた後荷重の減少が著しく、しばらくして非対称モード経路に近づく。そして2サイクル目以降、定常状態となり変化がみられなかった。図6は、引張り方向には変位を0に制御し圧縮方向の変位は少しずつ増加させながら繰り返したものである。この場合も非対称モード経路に沿うような形で耐荷力が低下していく様子がみられる。

以上の結果はたとえ対称モードと非対称モードの耐荷力は等しくても変形が進むにつれて非対称モードでは荷重減少が顕著で変形能も大きく低下することを表している。

５．あとがき：座屈モードの局所化による変形能の低下は、分岐経路上に存在する第２分岐点に起因しており、第２分岐点の解析により構造物の変形能を把握することができる。なお座屈モードの局所化は板構造物においても良く知られており、第２分岐点の解析は有効と考える。

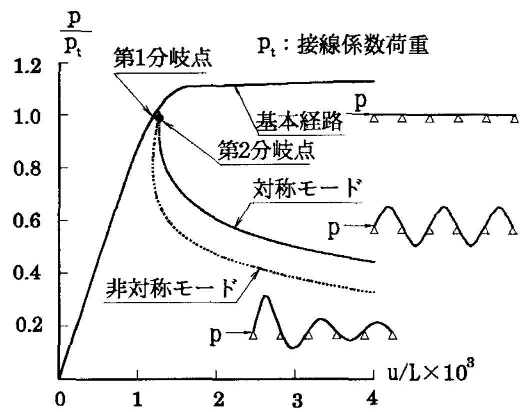

図４　単調載荷

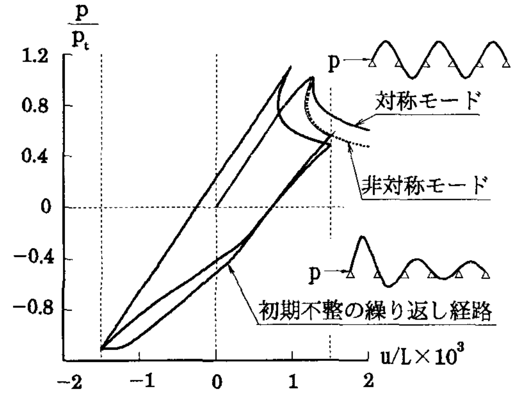

図５　繰り返し載荷（振幅一定）

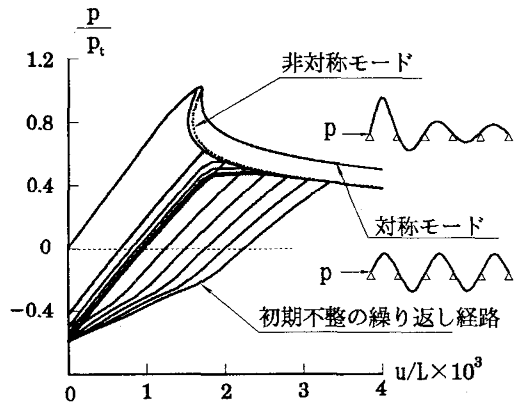

図６　繰り返し載荷（振幅増加）

参考文献：　1)後藤芳顯，大鹿克敏，川西直樹，小畑誠：土木学会論文集，1992．4